

Sommaire

1. Le Cadre Industriel	6
1.1. Présentation de la DGA	7
1.1.1. Missions	7
1.1.2. Organisation	7
1.1.3. Quelques chiffres.....	8
1.2. Présentation de la DCN	9
1.2.1. Missions	9
1.2.2. Ambitions	9
1.2.3. Organisation	12
1.2.4. Quelques chiffres.....	14
1.3. DCN Ingénierie	16
1.3.1. Missions	16
1.3.2. Activités principales actuelles	17
1.3.3. Principes d'organisation	18
1.3.4. Le Centre Sud (DCN/ING/SUD).....	18
1.4. La sous-direction Communications Surface - Air : CSA	20
1.4.1. Missions	20
2. Modèle d'évolution du filtre	22
2.1. Conventions et repères utilisés	23
2.1.1. Définitions.....	23
2.1.2. Repères	25
2.2. Mise en équations	26
2.2.1. Calculs préliminaires.....	26
2.2.2. Evolution de la distance, du gisement et du site.....	29
2.2.3. Evolution des angles relatifs.....	30
2.2.4. Le filtre étudié	31
3. Théorie du filtrage particulière	37
3.1. Présentation du filtrage non linéaire	38
3.2. Le filtre particulière	39
3.3. Génération de vecteurs aléatoires	40
3.3.1. Génération d'un vecteur gaussien de taille n et de matrice de covariance Q donnée	40
3.3.2. Génération d'une réalisation de variable aléatoire de densité f	41

4. Algorithme	43
4.1. Présentation	44
4.2. Algorithmes de filtrage	44
4.2.1. Kalman	44
4.2.2. Particulaire	45
5. Essais et résultats	47
5.1. Estimation des bruits de mesure	48
5.1.1. Principe.....	48
5.1.2. Résultats	48
5.2. Critère utilisé pour évaluer les performances	49
5.3. Evolution des performances du filtre en fonction du seuil de redistribution	50
5.4. Performances en fonction du nombre de particules utilisées	51
5.5. Comparaison de la qualité de filtrage	53
5.5.1. Estimation de quelques variables d'état	53
5.5.2. Innovations	56
5.5.3. Conclusion.....	60

GLOSSAIRE

CEA	Commissariat à l'Energie Atomique.
CTSN	Centre Technique des Systèmes Navals.
DCN	Direction des Constructions Navales.
DGA	Délégation Générale pour l'Armement.
DSBL	Dossiers de Spécification des Besoins Logiciels.
ECN	Etablissement des Constructions Navales.
FOST	Force Océanique STratégique.
ISC	Intégration et Systèmes de Commandement.
LCAM	Lutte Communication Air Mer
LSM	Lutte Sous Marine
MOI	Maître d'Oeuvre Industriel.
MOP	Maître d'Oeuvre Principal.
MOSC	Maître d'Oeuvre des Systèmes de Combat.
OAI	Opérations d'Adaptation Industrielle.
OP3A	Opération d'Amélioration de l'Autodéfense Antimissile.
PACdG	Porte-Avions Charles de Gaulle.
SC	Système de Combat.
SD/AN	Sous Direction Architecture Navale.
SD/ASC	Sous Direction Architecture des Systèmes de Combat.
SD/FS	Sous Direction Flotte en Service.
SENIT	Système de traitement de l'Information Tactique.
SM	Sous-Marin.
SNA	Sous-marin Nucléaire d'Attaque.
SNLE	Sous-marin Lanceur d'Engins.
STCAN	Service Technique des Constructions et Armes Navales.
STSN	Service Technique des Systèmes Navals.
TCD	Transport Chalands de Débarquement.

Remerciements

Je voudrais témoigner toute ma reconnaissance aux dirigeants de DCN ingénierie Centre Sud ainsi qu'à ceux du département ELC pour l'accueil qu'ils m'ont réservé dans leur service.

Plus particulièrement, je souhaite adresser mes plus vifs remerciements à Monsieur **Christophe VIVES** qui a bien voulu me confier ce stage et m'aider lorsque le besoin s'en faisait sentir.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur **Alain MARTIN**, avec qui j'ai beaucoup travaillé et qui m'a, malgré ses occupations, suivi et aidé tout au long de ce stage.

Je remercie également Monsieur **André LADURELLE** (chef du département) pour ses idées et ses remarques constructives ainsi que tout le personnel du département ELC de la DCN Ingénierie Sud pour l'accueil et les conditions de travail qui m'ont été offertes.

Introduction

A l'issue de ma troisième année d'école d'ingénieur à l'ENSEEIH (Ecole Nationale Supérieure d'Electrotechnique, d'Electronique, d'Informatique et d'Hydraulique de Toulouse) et dans le cadre du D.E.A. SIC (Signaux, Images et Communications), j'ai effectué un stage au centre sud de la Direction des Constructions Navales au sein de la division armes du département ELC.

Le sujet de ce stage était le développement de filtres de trajectographie par une toute nouvelle technique : le filtrage particulière. Plus précisément, il s'agissait de connaître les avantages et les inconvénients de cette méthode par rapport aux filtres de Kalman employés jusqu'alors.

J'ai choisi ce stage car il me permettait de mettre en application mes connaissances théoriques acquises tout au long de ma scolarité. De plus, il devait me permettre de m'initier à la recherche scientifique car on m'a demandé de travailler sur un concept très récent.

Le lecteur trouvera dans ce rapport les différents chapitres suivants :

- Présentation de l'entreprise.
- Modèle d'évolution du filtre.
- Théorie du filtrage particulière.
- Algorithmes.
- Essais et résultats.
- Annexes.

1. Le Cadre Industriel

1.1. Présentation de la DGA

Sous l'autorité directe du ministre de la Défense, la Délégation Générale pour l'Armement (DGA) a pour rôle de concevoir et procurer aux armées françaises les systèmes d'armes modernes, nucléaires et conventionnels, nécessaires à la défense de la liberté et de l'autonomie de décision de la France.

1.1.1. Missions

Les programmes sont définis en collaboration étroite entre les états-majors, qui apportent leur connaissance du besoin opérationnel, et **la DGA, qui apporte sa connaissance de l'état des techniques, de leur coût, et des compétences de l'industrie**. La DGA assure ensuite la conduite des programmes, depuis l'étude des matériels jusqu'à leur utilisation. Elle en confie la réalisation aux industriels, les évalue dans ses centres d'essais à mesure de leur développement, s'assure de leur qualité finale. Pour les constructions navales et la maintenance aéronautique, elle dispose de son propre outil industriel. **La DGA conduit des recherches dans tous les domaines de la connaissance scientifique, pour intégrer les innovations les plus récentes dans la conception des systèmes de défense futurs.**

Elle assume la maîtrise de la politique industrielle en matière de défense. Dans cet esprit, elle soutient les industriels dans leurs efforts à l'exportation, au contrôle de laquelle elle participe.

Pour accompagner l'évolution vers une sécurité commune en Europe, la DGA contribue à renforcer les liens avec les partenaires de la France. En matière d'armement, la coopération permet ainsi de partager à plusieurs les coûts fixes d'équipements des forces ; elle garantit également l'inter-opérabilité des matériels.

Son ambition : être au cœur de l'Europe de l'armement, un acteur professionnel et reconnu dans la préparation, l'architecture et la fourniture de systèmes de défense. Elle s'organise, à cette fin autour des quatre axes stratégiques majeurs :

- Gagner la bataille des coûts,
- Renforcer la cohérence des systèmes de force,
- Bâtir l'Europe de l'armement,
- Mobiliser et valoriser les compétences de chacun.

1.1.2. Organisation

Organisme d'état, la DGA dispose d'une structure très décentralisée et tournée vers la fonctionnalité de chaque entité. Elle peut être divisée en cinq sous-ensembles :

- **Direction et Administration** : fixent les objectifs généraux et assurent la liaison avec le ministère de la défense (CHEAr, Communication, Inspection Générale),
- **Direction et Gestion des Ressources Humaines** : gèrent le capital humain et assurent la cohésion de l'organisation de la structure (Direction de l'Organisation, Direction des ressources Humaines),
- **Direction Programmes** : définit les programmes d'armement des prochaines années (Direction des Systèmes de Force et de Prospective, Direction des Programmes et Méthodes),

- **Direction Internationale** : gère les contrats d'exportation et de coopération internationale (Direction des Relations Internationales, Direction de la Coopération et des Affaires Internationales),
- **Directions Opérationnelles et Industrielles** : groupes industriels chargés de la mise en œuvre des programmes (Direction des Constructions Navales, Direction d'Expertise et d'Essais, Service de la Maintenance Aéronautique).



Figure 1 : Organisation de la DGA

1.1.3. Quelques chiffres

En bref, la DGA c'est :

- **64,7 milliards** de francs de commande,
- **61 milliards** de francs de paiement dans ses fonctions étatiques,
- **14,87 milliards** de francs de chiffre d'affaire dans ses fonctions industrielles,
- **42500** personnes employées dont 11000 dans la DCE, un peu moins de 19000 dans la DCN et 3500 dans le SMA,

En 1997, la réduction des coûts acquise sur les programmes d'armement par rapport aux devis qui prévalaient lors de la loi de programmation militaire ont été de 30 milliards. Pour 1998, l'objectif était de 15 milliards de francs d'économies supplémentaires.

1.2. Présentation de la DCN

La Direction des Constructions Navales (DCN) au sein de la DGA, a pour missions la conception, l'ingénierie, la construction, l'armement, les essais, l'entretien, l'adaptation, la logistique et la modernisation des bâtiments ainsi que de leurs systèmes d'armes. Elle œuvre pour la Marine Nationale et les marines amies.

1.2.1. Missions

1.2.1.1. Les missions étatiques

Les études amonts, les spécifications des systèmes navals et leurs évaluations s'effectuent au sein du Service des Programmes et de la Coopération Internationale (SPCI). Il assure également les directions de programmes dans le domaine des programmes nationaux, de l'entretien de la flotte, et de la coopération. Un service technique lui est rattaché.

1.2.1.2. Les missions industrielles

La DCN, par son Service Industriel (neuf établissements), met au service de la Marine Nationale et des puissances amies un savoir-faire complet et des compétences étendues pour l'ingénierie, la réalisation, la maintenance et la logistique des navires et des systèmes de combat.

1.2.2. Ambitions

1.2.2.1. Satisfaire les besoins de la Marine Nationale

La mission principale de la DCN est de fournir à la Marine Nationale, dans les meilleures conditions de coûts et de délais, les navires, systèmes d'armes, et services dont elle a besoin.

Cette mission a été rappelée dans les textes portant sur l'organisation de la nouvelle DCN, le 17 janvier 1997, lui confiant l'ensemble des tâches industrielles de construction navale et d'entretien de la flotte en service.

La DCN connaît aujourd'hui une baisse importante dans les activités qu'elle exerce au profit de la Marine Nationale et doit par ailleurs répondre à l'objectif de réduction de 30% des coûts des programmes d'armement engagés par la DGA. Pour relever ce double défi, la DCN doit s'adapter, être compétitive, se moderniser, exporter.

Projets en cours pour la marine nationale :

- 3 sous-marins nucléaires lanceurs d'engins nouvelle génération (SNLE NG) de classe Triomphant.
- Porte avion nucléaire Charles de Gaulle.
- 4^{ème} et 5^{ème} frégate de classe La Fayette.
- 1 Transport et Chaland de Débarquement (TCD) de classe (Siroco).

- Le système OP3A (Opération d'Amélioration de l'Autodéfense Antimissile).
- Le SMAF (Sous-Marin d'Attaque du Futur).

Projets en coopération Internationale :

- 300 torpilles MU 90.
- Les frégates Horizon.

1.2.2.2. S'ouvrir vers l'extérieur

La DCN a l'ambition de devenir un acteur majeur de la construction navale militaire en s'ouvrant vers les marchés extérieurs.

Elle s'est ainsi lancée dans une vigoureuse offensive commerciale et son effort porte ses fruits puisque les commandes qui en résultent sont élevées en 1997 à 8,9 milliards de francs dont 7,5 milliards à l'exportation et 1,5 milliards en diversification.

Projets en cours pour l'exportation :

- 3 frégates extrapolées de la classe La Fayette pour l'Arabie Saoudite (Sawari II).
- 3 sous-marins Agosta 90B et 3 chasseurs de mines pour le Pakistan
- 14 (+8 en option) systèmes de combat Senit-8 pour les patrouilleurs de la Marine Norvégienne.
- Refonte des systèmes de combats de 6 frégates de la classe Niteroi pour la Marine Brésilienne.
- Intégration de systèmes d'arme lance missiles sur 8 patrouilleurs Koweïtiens.
- 5 chasseurs de mines de type Circée pour la Turquie.
- Carénage de 4 pétroliers ravitailleurs Saoudiens (Mouette).
- Livraison de 4 systèmes SAMAHE (Système Automatique de Manutention d'Hélicoptères Embarqués) pour la Marine Hollandaise.

Projets de diversification :

- 2 plates-formes Offshores SFX pour la société Sedco-Forex.

1.2.2.3. Développer les alliances industrielles

Parce que le développement d'alliances industrielles est indispensable pour pouvoir accéder aux marchés d'exportation de son matériel naval, la DCN a intensifié son effort dans ce domaine, en visant à terme des alliances structurantes avec différents partenaires européens.

L'exportation sera de plus en plus tributaire de la capacité des industries intervenantes de s'intégrer dans de telles alliances. **Le succès de ces alliances européennes représente par ailleurs une opportunité de rationaliser une structure industrielle trop dispersée face au potentiel nord-américain très fortement concentré.**

La DCN s'appuie sur DCN International et crée au cas par cas des structures adaptées, qui permettent aux entités ainsi constituées de mieux répondre aux besoins du marché export y compris pour les transferts de technologie.

Plusieurs alliances internationales sont aujourd'hui pleinement opérationnelles :

- UDS International, filiale de Thomson-CSF et de la DCN, assure le développement et la commercialisation de systèmes de combat pour sous-marins, en France et sur le marché export.
- Les GEIE Eurotorp et Euroslat rassemblent la DCN, Thomson et WASS (filiale du groupe Italien Aliena) pour la commercialisation et la maîtrise d'œuvre des torpilles légères MU 90 et des systèmes de lutte anti-torpilles.
- La joint venture Horizon (IJVC) allie la DCN, le groupe Britannique GEC et le consortium Italien Orrizonte pour la réalisation de la frégate HORIZON.
- Le contrat de modernisation des systèmes de combat de patrouilleurs de la Marine Norvégienne à été signé grâce à une alliance avec le norvégien Kongsberg.
- Dans le domaine des sous-marins la DCN est partenaire avec l'Espagnol BAZAN pour le développement, la commercialisation, et la production de sous-marins Scorpène au profit de la Marine Chilienne.
- Dans le domaine de la propulsion sous-marine, la DCN développe le système MESMA (Module d'Énergie Sous-Marine Autonome) conjointement avec des industriels français et l'espagnol BAZAN.

1.2.2.4. Une gamme complète de produits et des nombreux atouts

Des produits

La DCN propose 7 lignes de produits et services. Les sous-marins, les bâtiments de surface militaires (répartis en trois catégories –navire de grande taille, navire de taille moyenne, navires de servitude et de surveillance), les systèmes de combats sous-systèmes et services.

- **Les sous-marins** : une partie de la gamme est spécifique à la France comme les Sous-marins Nucléaires d'Attaque (SNA) et les Sous-marins Nucléaires Lanceurs d'Engin (SNLE), instruments majeurs de la souveraineté nationale. Les nombreuses avancées technologiques, obtenues grâce à la réalisation de ces bâtiments, profitent aux sous-marins conventionnels proposés à l'exportation.
- **Les grands bâtiments** : Porte-avions, frégates de 1^{er} rang, bâtiments d'intervention et de projection de forces.
- **Bâtiments de taille moyenne** ou de complexité intermédiaire : Frégates de 2^{ème} rang, patrouilleurs armés, chasseurs de mines.
- **Navires de surveillance ou de servitude.**
- **Les systèmes de combat** : la DCN a développé une gamme de systèmes de traitement de l'information, les SENIT, cœur des systèmes de combat, dont le plus récent est le SENIT 8. Ce système est déjà installé sur les bâtiments de la Marine Nationale et a déjà prouvé son efficacité en mer. Produit modulaire, il peut équiper tous les types de bâtiments modernes et permettre la modernisation de navires plus anciens.

- **Les sous-systèmes et équipements** : Appareils propulsifs, simulateurs d'entraînement, systèmes d'aide à l'appontage et de conduite de plate-forme.
- **Les services** (dont l'entretien des navires) : la DCN possède un savoir-faire connu en matière d'ingénierie navale, de logistique, d'assistance à la maîtrise d'ouvrages, de transfert de technologie (élément déterminant dans la signature des contrats à l'exportation) et de formation. DCN Log, filiale de DCN International, propose aux marines étrangères, en étroite relation avec Marine Nationale, de l'assistance en logistique, de la maintenance et de l'entretien programmé, complément naturel des activités de construction navale.

Des atouts

La DCN possède de nombreux atouts :

- Maîtrise du cycle de vie de ses produits (de la conception à la maintenance) qui lui permet d'offrir une association de compétences uniques au monde dans ce secteur.
- Capacité à maîtriser des projets complexes à travers son métier d'intégrateur.
- Gamme complète et diversifiée de produits.
- Expertise de la conception de tous types de navires, du patrouilleur au porte-avions.
- Caractère innovant et réactif de modes de construction et d'intégration des équipements.
- Démarche qualité visant la certification Qualité selon la norme ISO 9001.

1.2.3. Organisation

Le siège de la DCN se trouve à Paris et assure le rôle de direction générale. Il s'est doté d'une organisation qui s'articule autour de la gestion des projets et il dispose de l'ensemble des fonctions habituellement présente dans les entreprises Trois services opérationnels qui regroupent l'action commerciale, la recherche et le développement et la production ; deux sous-directions transversales portent sur les achats et les ressources humaines ; enfin finances et comptabilité, contrôle de gestion, affaires générales et qualité constituent les trois sous-directions fonctionnelles.

Le service de la recherche et du développement industriel comprend l'établissement de DCN Ingénierie, implanté sur 5 sites : Paris, Cherbourg, Lorient, Toulon et St-Tropez.

Le service de production Industrielle regroupe les établissements de production et d'entretien de la flotte, situés à Cherbourg, Brest, Lorient, Indret, Ruelle, Toulon et St-Tropez.

A Paris, se situe également DCN International, société publique de droit privé créée en 1991, qui constitue la branche commerciale à l'exportation, exclusive, de la DCN.

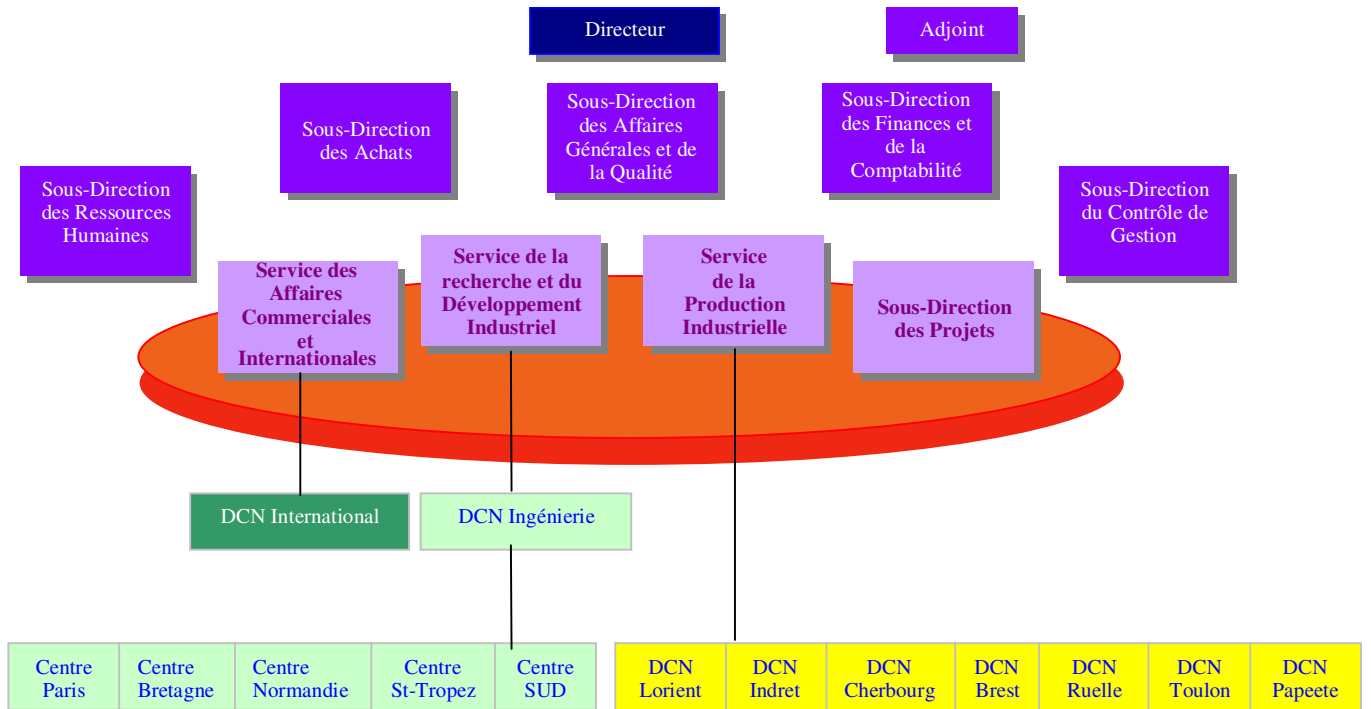


Figure 2 : Organisation de la DCN

1.2.4. Quelques chiffres

1.2.4.1. Répartition des effectifs

Les effectifs moyens de la DCN sont de 18900 personnes pour l'année 1998 qui se répartissent en 3100 cadres de niveau I et II, 15800 personnes de niveau III et 2 apprentis de l'ITII PACA.

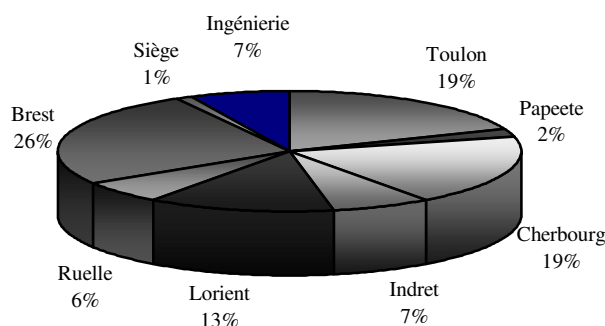


Figure 3 : Répartition des effectifs de la DCN

1.2.4.2. Répartition de la production

La production pour l'année 1998 est de l'ordre de 11,6 milliards de francs pour 18,6 millions d'heures productives. Elles se répartissent ainsi : 34% pour les constructions neuves, 31% pour l'entretien de la flotte, 21% pour l'exportation, 9% pour la diversification et 5% de divers.

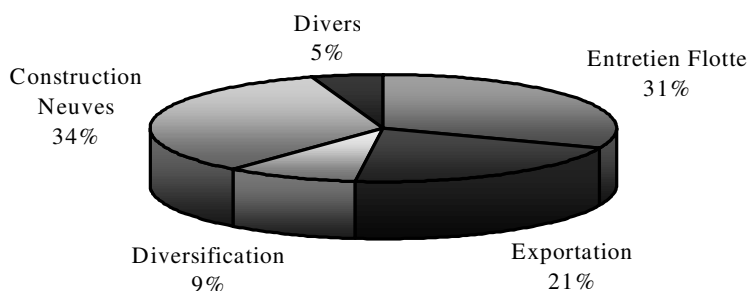


Figure 4 : Répartition de la production

1.2.4.3. Situation Géographique des Etablissements

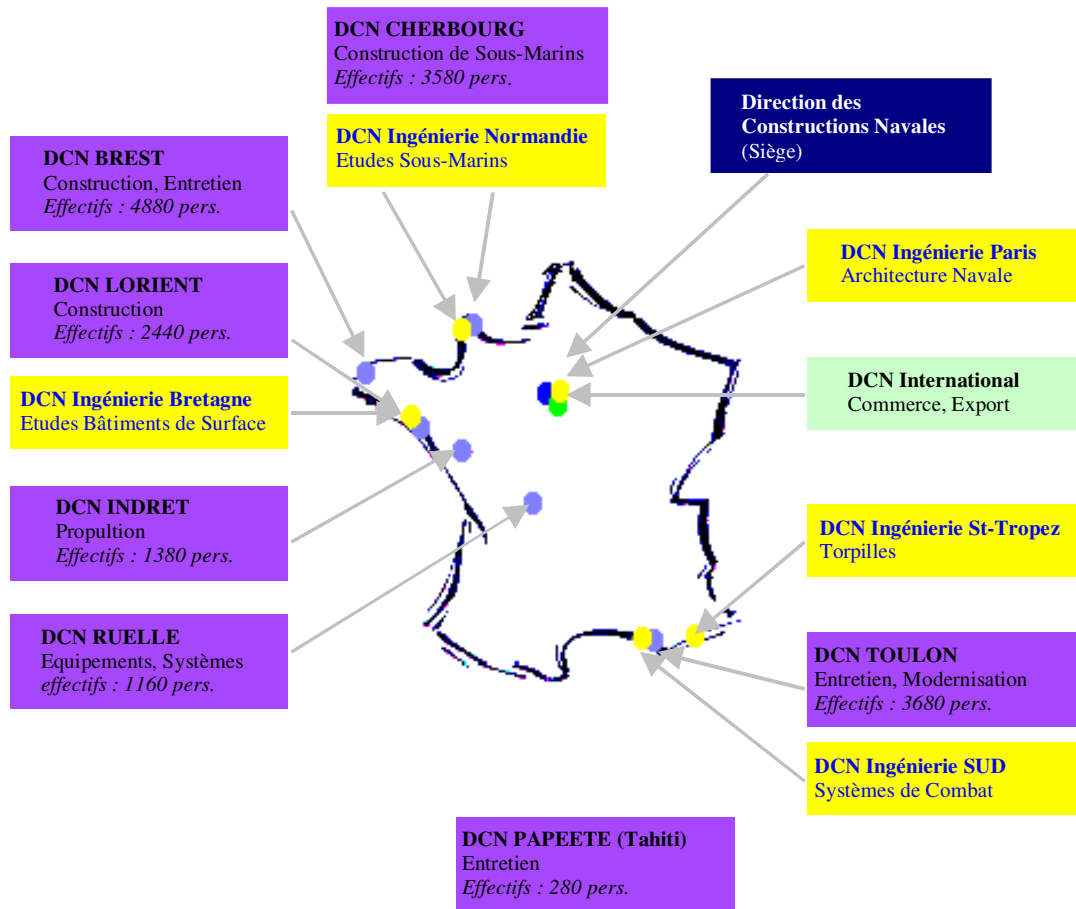


Figure 5 : Répartition géographique des Etablissements de la DCN

1.3. DCN Ingénierie

DCN Ingénierie, le plus récent des établissements industriels de la DCN, est né de la séparation des activités étatiques et industrielles du Service Technique des Constructions et Armes Navales (STCAN).

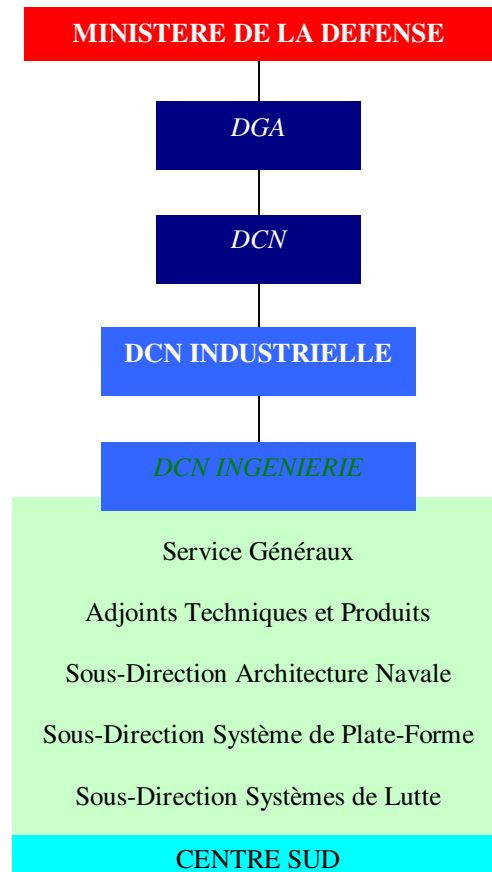


Figure 6 : La place de DCN Ingénierie dans la DGA

1.3.1. Missions

DCN Ingénierie a pour missions principales :

- **La conception des systèmes navals.**
- **La maîtrise d'œuvre de réalisation de systèmes, principalement dans le domaine des systèmes de combat.**

Cette activité principale est exercée pour le compte du Service des Programmes et de la Coopération Internationale, du Maître d'Oeuvre Principal (MOP) COELACANTHE et de la Sous-Direction Flotte en Service (SDFS) dans le cas des ouvrages destinés à la Marine Nationale.

Elle peut aussi concerner d'autres clients français dans le cadre d'opérations de diversification ou étrangers dans le cadre d'opérations d'exportation.

Au titre de ses missions secondaires, DCN Ingénierie assure tous travaux d'études ou d'ingénierie qui pourraient lui être confiés par le Service Industriel de la DCN, notamment dans le cadre d'actions d'exportation ou de diversification.

Enfin, en raison de la variété de ses compétences et de la place de son action dans le déroulement des affaires traitées par la DCN, DCN Ingénierie exerce pour le compte du Service Industriel un certain nombre d'activités générales à caractère technique, notifiées par instructions particulières, dans les domaines suivants :

- gestion des études,
- gestion des Opérations d'Adaptation Industrielle (OAI),
- gestion des centres techniques industriels,
- gestion des compétences,
- réglementation technique, normalisation,
- stratégie produit,
- prospective technique,
- Propriété industrielle, renseignement.

1.3.2. Activités principales actuelles

Les principales affaires actuellement traitées par DCN Ingénierie sont les suivantes :

1.3.2.1. Commandes du budget

- Frégate HORIZON (en coopération avec la Grande Bretagne et l'Italie) : activités d'assistance au maître d'ouvrage pour les études de définition.
- SNA de nouvelle génération : études de faisabilité.
- Adaptation M51 des SNLE LE TRIOMPHANT : étude de définition.
- Sous-marin LE TRIOMPHANT : maîtrise d'œuvre construction navale pour le compte du MOP, maîtrise d'œuvre système de combat, réalisation du SENIT, système de tranquillisation, système aviation.
- Frégates LA FAYETTE : suivi d'architecte, maîtrise d'œuvre système de combat.
- TCD SIROCO : suivi d'architecte, maîtrise d'œuvre du système de combat.
- Modernisation autodéfense (OP3A) : maîtrise d'œuvre du système de combat.
- Recherches et études diverses.

1.3.2.2. Affaires à l'exportation

- Soutien aux opérations BRAVO (frégates) et Pakistan.
- Projets de bâtiments de surface (patrouilleurs, avisos, frégates, porte-avions, bâtiments d'intervention polyvalents, pétroliers ravitailleurs, chasseurs de mines).
- Projets de sous-marins : SCORPENE, dérivés de SNA à propulsion diesel.
- Frégates SAWARI II et sous-marins Agosta 90 : architecture et maîtrise d'œuvre système de combat.
- Systèmes de combat : SENIT export, système tactique de Sous-Marins (SM), sonar léger, système de lutte anti-torpille, etc...

1.3.2.3. Affaires de diversification

- Systèmes d'exploitation tactique des ATLANTIQUES 2 et ATL 3.
- Système de transmission HF OMAR.

1.3.3. Principes d'organisation

L'organisation de DCN Ingénierie découle des missions évoquées ci-dessus ainsi que de la répartition géographique de ses moyens : Site Victor à Paris, **Centre Sud à Toulon**, Centre Normandie à Cherbourg, Centre Bretagne à Lorient et le site de St-Tropez.

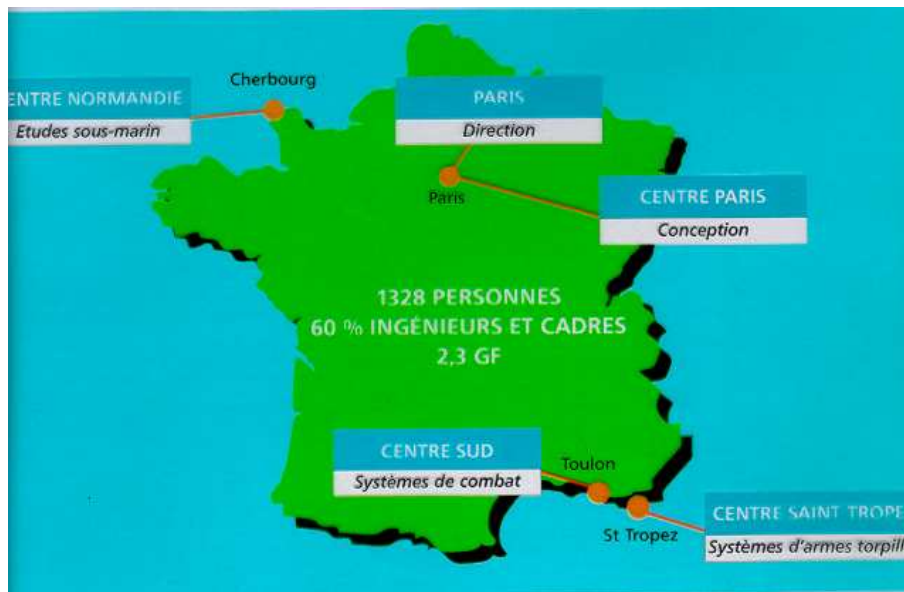


Figure 7 : Situation Géographique de DCN Ingénierie

Le conseil de direction est composé des six adjoints fonctionnels, des trois sous-directeurs opérationnels de Paris et du chef du Centre Sud. Il se réunit tous les quinze jours. Un communiqué résumant ses débats et les décisions prises est porté à l'affichage.

1.3.4. Le Centre Sud (DCN/ING/SUD)

Le Centre Sud de DCN Ingénierie a pour vocation principale d'assurer la maîtrise d'œuvre de réalisation des systèmes de combat des navires, des systèmes de lutte constitutifs de ces systèmes de combat et des systèmes de traitement de l'information tactique (SENIT). De plus, c'est au sein du Centre Sud que sont formés les experts techniques de DCN Ingénierie sur les systèmes, les équipements et l'environnement du combat naval



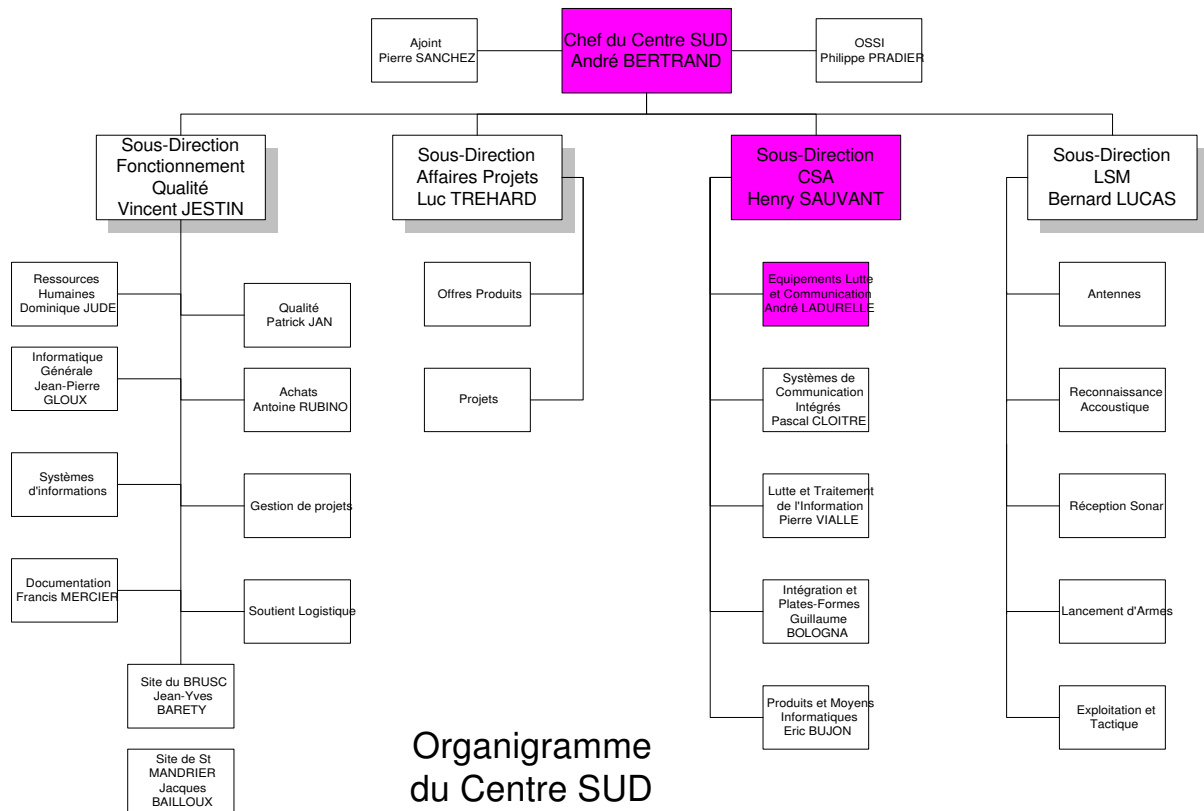
Figure 8 : Le centre SUD à Toulon

A Toulon, le Centre Sud qui comprend, outre des services communs (personnel, gestion, achats,...) et des Maîtres d’Oeuvre Systèmes de Combat (MOSC), les sous-directions suivantes :

- sous-direction “ Lutte Sous - Marine ” (LSM)
- **sous-direction “ Communications Surface - Air” (CSA).**

Avec le transfert du CPM et des MOSC, DCN Ingénierie a achevé la spécialisation de ses deux sites, Paris se consacrant aux activités de siège et aux activités de conception, **le Centre Sud se consacrant aux activités d’expertise et de maîtrise d’œuvre** dans le domaine des systèmes de combat.

Le Centre Sud mène donc l’essentiel des études amont de DCN Ingénierie nécessaires à la connaissance des systèmes de combat et à la compétence des ingénieurs ; il apporte son soutien aux Architectes Navals (SD/AN) et à la sous-direction Architecture Systèmes de Combat (SD/ASC) pour leurs tâches de conception, choix d’architectures et pour les offres vers les clients. Pour la réalisation des systèmes de combat, il conduit les activités suivantes : développement et qualification des systèmes, approvisionnement des équipements, intégration fonctionnelle et informatique, et mise en exploitation opérationnelle.



Organigramme du Centre SUD

Figure 9 : Organigramme du Centre SUD

1.4. La sous-direction Communications Surface - Air : CSA

Au sein du Centre Sud, la sous-direction CSA déploie ses activités dans les domaines de compétences diverses où elle maîtrise toutes les techniques de base :

- équipements assurant les fonctions de détection électromagnétique, de veille optronique et de guerre électronique,
- systèmes de veille multisenseurs (radars, optronique et mesure du renseignement électronique),
- systèmes de mise en œuvre centralisée des armes (armes de destruction et armes de neutralisation)
- systèmes de guerre électronique,
- systèmes de lutte Air - Surface.

Dans ces domaines, la sous-direction CSA assure des prestations d'expertise ainsi que des prestations de Maîtrise d'Oeuvre Industrielle (MOI).

En bref, le rôle du département est triple :

- expertises et études
- soutien pour la phase d'architecture navale
- MOI de réalisation.

Enfin, la sous-direction développe ses activités sur deux sites : le Mourillon et Saint-Mandrier (plate-forme d'intégration).

1.4.1. Missions

1.4.1.1. Expertise

Les prestations d'expertise sont assurées au profit des études (études “ amont ”, opérations d'adaptation industrielle, études libres et fond d'investissement), des avant-projets ou de l'exportation, et des projets menés au stade de la conception pour les programmes nationaux et les affaires “ Export ”.

La sous-direction apporte également son concours d'expert dans le cadre de la politique “produit”.

Pour ces tâches, elle dépend fonctionnellement des services de DCN Ingénierie Paris.

1.4.1.2. Maîtrise d'œuvre industrielle de réalisation

La sous-direction CSA exerce des maîtrises d'œuvres industrielles de réalisation de systèmes de Lutte Air-Surface qui lui sont confiées par les maîtres d'œuvre de système de combat.

Au niveau de la fonction système Lutte Air - Surface, la sous-direction est responsable des tâches de management, d'assurance qualité, de préparation de la logistique, de la définition détaillée, de l'intégration fonctionnelle sur plate-forme à terre.

Elle participe en outre à l'intégration à bord et aux essais constructeurs en soutien de l'établissement ou chantier chargé du navire ainsi qu'aux essais d'acceptation.

Elle assure également des prestations de service pour les essais de recette.

Au niveau des équipements, la sous-direction exerce des responsabilités de maîtrise d'œuvre ainsi que des évaluations et des intégrations de ces matériels. Elle participe à la définition des interfaces avec le système, assure le suivi des évaluations conduites par les services étatiques de manière à ce que les exigences d'intégration au système soient prises en compte et intègrent les matériels.

Enfin, au niveau du logiciel d'exploitation tactique, le département conçoit, rédige et justifie les Dossiers de Spécification de Besoin Logiciel (DSBL) des systèmes de Lutte Air - Surface qui sont fournis au maître d'œuvre de réalisation du système de traitement de l'information (SENT).

Aujourd'hui, la lutte Air - Surface revient dans les priorités d'armement nationaux et internationaux ; pluridisciplinaire, ce domaine du Temps Réel contraignant pour lequel les temps de réaction Détection - Action sont de quelques secondes, demeure plus captivant que jamais dans le théâtre technologique de la menace et de l'autodéfense.

2. Modèle d'évolution du filtre

2.1. Conventions et repères utilisés

Les mesures de trajectographie effectuées, provenant de radars ou de capteurs optroniques, délivrent des mesures en distance, gisement et site (voir les définitions ci – dessous). Deux grands types de filtres sont utilisés : les filtres polaires (en « d, g, s » : distance, gisement, site) qui filtrent directement les mesures fournies à l'aide d'un modèle d'évolution non linéaire et les filtres cartésiens (en « x, y, z ») qui filtrent une transformation des mesures en repère cartésien. Dans ce dernier cas le modèle d'évolution est linéaire, mais c'est l'équation d'observation qui devient non linéaire.

On a choisi d'étudier ici la première solution. En effet, les filtres en d, g, s ont 3 avantages principaux :

- Les bruits de mesure en d, g, s conservent bien leur caractère blanc, gaussien et indépendant car il n'y a aucune transformation non linéaire à faire.
- On peut envisager des modèles plus proches de la réalité physique du système (l'avion poursuivi) : Au lieu de supposer que la $n^{\text{ième}}$ dérivée de l'accélération en repère absolu égale 0 + bruit, il semble plus « physique » de supposer toujours la $n^{\text{ième}}$ dérivée de l'accélération égale à 0 + bruit, mais en repère relatif **cible**.
- Les principaux paramètres de réglage du filtre (bruits de mesure et de modèle) ont, là encore, un sens physique plus fort.

L'inconvénient majeur de ce type de filtre est d'avoir un modèle d'évolution non linéaire, ce qui entraînera des approximations de linéarisation si on veut implanter un filtre de Kalman.

D'autre part, il faut rappeler que le filtre de Kalman est le meilleur filtre linéaire (au sens du minimum de la variance de l'erreur de prédiction) si on suppose que les bruits de mesure et d'observation, ainsi que l'état initial, sont à distribution gaussienne. En pratique (dans le cas du filtrage de trajectographies), on se rend compte que même si le bruit d'observation a bien une répartition proche de la gaussienne (conformément au théorème de la limite centrale) ce n'est pas le cas pour le bruit de modélisation.

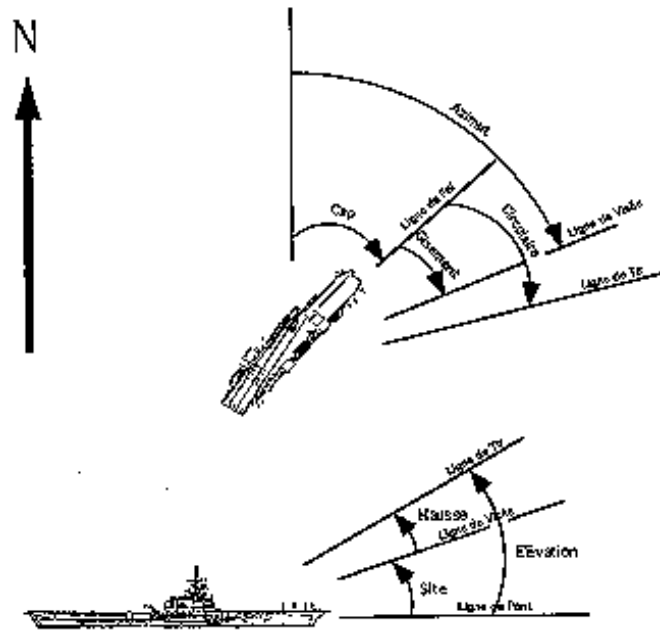
Le **filtrage particulière**, qui permet théoriquement un filtrage optimal en non linéaire et ne fait pas d'hypothèse quant aux distributions des bruits, semble donc très bien adapté pour résoudre ce type de problème.

Pour construire le modèle d'évolution du système, nous allons préciser quelques conventions et définitions.

2.1.1. Définitions

Commençons par définir différents termes propres aux militaires et à la DCN et utilisés dans le vocabulaire du filtrage de trajectographies d'engins manoeuvrant.

Voici ci – dessous le schéma synoptique des directions auquel se réfèrent les définitions :



Cap : Le cap est l'angle horizontal formé entre le Nord et la ligne de foi du bâtiment, compté positivement dans le sens inverse trigonométrique (sens horaire) par rapport au Nord.

Gisement : Le gisement est l'angle horizontal formé entre la ligne de foi du bâtiment et la ligne de visée, compté positivement dans le sens inverse trigonométrique (sens horaire) par rapport à la ligne de foi du bâtiment.

Azimut : L'azimut est l'angle horizontal formé entre le Nord et la ligne de visée, compté positivement dans le sens inverse trigonométrique (sens horaire) par rapport au Nord.

On a la relation : $\text{Azimut} = \text{Cap} + \text{Gisement}$.

Circulaire : La circulaire est l'angle horizontal formé entre la ligne de foi et la ligne de tir, compté positivement dans le sens inverse trigonométrique (sens horaire) par rapport à la ligne de foi du bâtiment.

Site : Le site est l'angle vertical formé entre la ligne de pont ou l'horizon et la ligne de visée, compté positivement dans le sens trigonométrique direct par rapport à la ligne de pont ou l'horizon (site relatif ou absolu).

Hausse : La hausse est l'angle vertical formé entre la ligne de visée et la ligne de tir, compté positivement dans le sens trigonométrique direct par rapport à la ligne de visée.

Elevation : L'élevation est l'angle vertical formé entre la ligne de pont ou l'horizon et la ligne de tir, compté positivement dans le sens trigonométrique direct par rapport à la ligne de pont ou l'horizon.

On a la relation : $\text{Elevation} = \text{Site} + \text{Hausse}$.

Roulis : Le roulis est l'angle de rotation du bâtiment autour de son axe longitudinal, compté positivement lorsque bâbord (gauche) s'enfonce (sens trigonométrique direct).

- Tangage :** Le tangage est l'angle de rotation du bâtiment autour de son axe transversal, compté positivement lorsque la proue (avant du bateau) s'enfonce (sens inverse trigonométrique).
- Bande :** La bande est l'angle de rotation d'un avion autour de son axe longitudinal, compté positivement dans le sens trigonométrique direct. (analogue au roulis).
- Assiette :** L'assiette est l'angle de rotation du bâtiment autour de son axe transversal, compté positivement dans le sens inverse trigonométrique. (analogue au tangage).

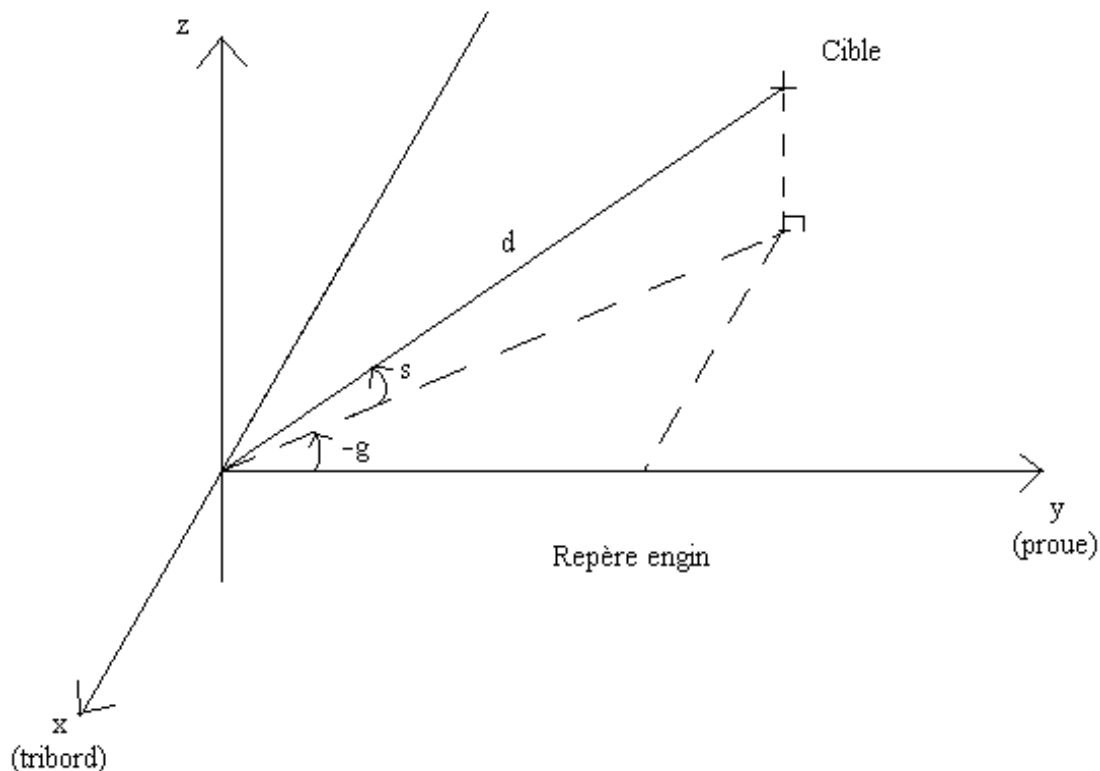
2.1.2. Repères

On peut commencer par définir 3 repères :

- Repère fixe géocentrique (X_f, Y_f, Z_f) avec Z_f dirigé selon la verticale vers haut et Y_f dirigé vers le Nord.
- Repère engin (X_t, Y_t, Z_t) tournant avec Y_t axe longitudinal positif vers la proue et X_t dirigé sur tribord. C'est le repère lié au bâtiment sur lequel sera intégré le système d'armes que l'on étudie.
- Repère but (X_b, Y_b, Z_b) tournant avec Y_b axe longitudinal positif vers le nez et X_b dirigé sur la droite de l'avion. C'est le repère lié à la cible que l'on vise.

Dans la suite, on exprimera toutes les coordonnées dans le repère engin. On désignera par x, y et z les coordonnées de la cible dans le repère engin et d, g, s désigneront respectivement la distance, le gisement et le site associés.

Une illustration est donnée sur la figure ci – dessous.



Compte – tenu des notations introduites et des définitions du gisement et du site, on a :

$$\begin{aligned}x &= -(d \cos s) \sin(-g) \\y &= (d \cos s) \cos(-g) \\z &= d \sin s\end{aligned}$$

Soit, en simplifiant :

$\begin{aligned}x &= d \cos s \sin g \\y &= d \cos s \cos g \\z &= d \sin s\end{aligned}$

2.2. Mise en équations

2.2.1. Calculs préliminaires

La mise en équations nécessite de calculer l'évolution de chaque variable d'état, c'est – à – dire sa dérivée en fonction des autres variables d'état.

Pour tous ces calculs, on exprimera les coordonnées des vecteurs utilisés en repère engin. Comme ce dernier est tournant, on devra utiliser la formule de calcul de dérivées en repère tournant suivante :

$$\dot{\mathbf{u}}_{\text{repère tournant}} = \dot{\mathbf{u}}_{\text{repère non tournant}} - \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u}$$

Avec :
 \mathbf{u} : vecteur quelconque
 $\boldsymbol{\Omega}$: vecteur rotation instantanée du repère.

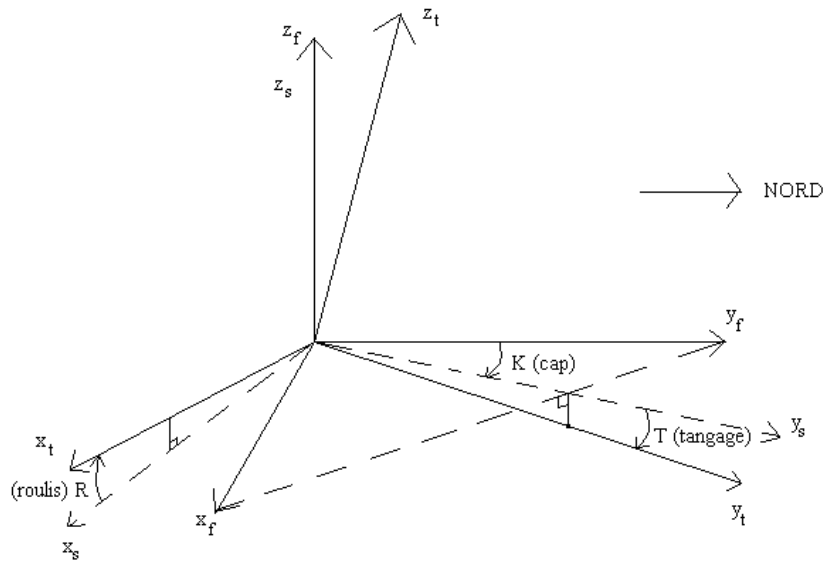
Dans les fichiers de trajectographie radar utilisés, les mesures de vitesse, cap, roulis et tangage du bâtiment sont déjà pré – filtrées à la sortie de la centrale inertielle (fournissant des mesures gyroscopiques déjà relativement précises).

Ces différentes grandeurs pourront donc être utilisées directement, sans traitement particulier.

Déterminons les formules de passage du repère but (X_b, Y_b, Z_b) vers le repère fixe engin (X_t, Y_t, Z_t)

On commence par déterminer les formules de passage du repère tournant relatif engin (X_t, Y_t, Z_t) vers le repère fixe absolu géocentrique (X_f, Y_f, Z_f).

On note :
 - K le cap du bâtiment.
 - R son roulis.
 - T son tangage.



Pour cela, on considère un repère intermédiaire (X_s, Y_s, Z_s) stabilisé en roulis et tangage et les transformations géométriques suivantes qui permettent de passer du repère relatif engin vers le repère absolu : (les matrices de rotation associées sont données en – dessous)

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{autour de } Y_t]{\text{Rotation de } -R} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{autour de } X_1]{\text{Rotation de } -T} \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{autour de } Z_s]{\text{Rotation de } -K} \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ Z_f \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} \cos R & 0 & -\sin R \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin R & 0 & \cos R \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos T & \sin T \\ 0 & -\sin T & \cos T \end{bmatrix} \quad M_3 = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Alors la matrice de passage est donnée par le produit de ces 3 matrices comme suit :

$$\begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ Z_f \end{bmatrix} = M_3 \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} = M_3 M_2 \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = M_3 M_2 M_1 \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}$$

Tous calculs faits, on trouve :

$$\begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ Z_f \end{bmatrix} = M_t \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } M_t = \begin{bmatrix} \sin K \sin R \sin T + \cos K \cos R & \sin K \cos T & \sin K \cos R \sin T - \cos K \sin R \\ \cos K \sin R \sin T - \sin K \cos R & \cos K \cos T & \cos K \cos R \sin T + \sin K \sin R \\ \sin R \cos T & -\sin T & \cos R \cos T \end{bmatrix}$$

De même, pour passer du repère but (X_b, Y_b, Z_b) vers le repère fixe géocentrique (X_f, Y_f, Z_f) , il suffit de remplacer (la définition des angles et des rotations étant analogue) :

- le roulis du bâtiment R par la bande du but ϕ_b .
- le tangage du bâtiment T par l'assiette du but θ_b .
- Le cap du bâtiment K par le cap du but ψ_b .

On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ Z_f \end{bmatrix} = M_b \cdot \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } M_b = \begin{vmatrix} \sin \Psi_b \sin \varphi_b \sin \theta_b + \cos \Psi_b \cos \varphi_b & \sin \Psi_b \cos \theta_b & \sin \Psi_b \cos \varphi_b \sin \theta_b - \cos \Psi_b \sin \varphi_b \\ \cos \Psi_b \sin \varphi_b \sin \theta_b - \sin \Psi_b \cos \varphi_b & \cos \Psi_b \cos \theta_b & \cos \Psi_b \cos \varphi_b \sin \theta_b + \sin \Psi_b \sin \varphi_b \\ \sin \varphi_b \cos \theta_b & -\sin \theta_b & \cos \varphi_b \cos \theta_b \end{vmatrix}$$

Enfin, on en déduit que le passage du repère but (X_b, Y_b, Z_b) vers le repère engin (X_t, Y_t, Z_t) s'effectue en faisant :

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = M_t^T M_b \cdot \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix}$$

En introduisant les angles relatifs φ, θ, ψ , on a alors :

$$M = \begin{vmatrix} \sin \Psi \sin \varphi \sin \theta + \cos \Psi \cos \varphi & \sin \Psi \cos \theta & \sin \Psi \cos \varphi \sin \theta - \cos \Psi \sin \varphi \\ \cos \Psi \sin \varphi \sin \theta - \sin \Psi \cos \varphi & \cos \Psi \cos \theta & \cos \Psi \cos \varphi \sin \theta + \sin \Psi \sin \varphi \\ \sin \varphi \cos \theta & -\sin \theta & \cos \varphi \cos \theta \end{vmatrix}$$

Le vecteur rotation instantanée Ω_b du repère but exprimé en repère but est noté :

$$\Omega_b = \begin{vmatrix} p \\ q \\ r \end{vmatrix}$$

Déterminons le vecteur rotation instantanée Ω_t du repère engin :

Par définition, on a $\Omega_t = p_t X_t + q_t Y_t + r_t Z_t$

Or, d'après ce qui précède, $\Omega_t = (-\dot{R})Y_t + (-\dot{T})X_t + (-\dot{K})Z_t$

avec $X_t = \cos R X_s - \sin R Z_s$

$Z_s = \cos T \sin R X_t - \sin T Y_t + \cos T \cos R Z_t$

Finalement :

$$\begin{cases} p_t = -\dot{T} \cos R - \dot{K} \cos T \sin R \\ q_t = -\dot{R} + \dot{K} \sin T \\ r_t = \dot{T} \sin R - \dot{K} \cos T \cos R \end{cases}$$

Déterminons le vecteur vitesse engin en repère engin :

En négligeant le dérapage et l'incidence du bâtiment, autrement dit en supposant que le vecteur vitesse du bâtiment est colinéaire à son axe longitudinal, on a :

$$V_t = \begin{cases} V_{tx} = 0 \\ V_{ty} = \|V_t\| \\ V_{tz} = 0 \end{cases}$$

Déterminons le vecteur vitesse but en repère engin :

En négligeant de même le dérapage et l'incidence du but, le vecteur vitesse but en repère but est :

$$V_b = \begin{cases} V_{bx} = 0 \\ V_{by} = \|V_b\| = V \\ V_{bz} = 0 \end{cases}$$

Pour exprimer ce vecteur en repère engin, il suffit de calculer $M.V_b$. On obtient :

$$V_{bt} = \begin{cases} V_{btx} = V \cdot \sin \Psi \cos \theta \\ V_{bty} = V \cdot \cos \Psi \cos \theta \\ V_{btz} = -V \cdot \sin \theta \end{cases}$$

2.2.2. Evolution de la distance, du gisement et du site

On note $i = \Psi - g$.

Evolution de la distance

Le vecteur position but - engin est par définition:

$$X = \begin{cases} x = d \cos s \sin g \\ y = d \cos s \cos g \\ z = d \sin s \end{cases}$$

d est la distance, g le gisement et s le site.

On calcule la dérivée de X dans le repère tournant engin, avec $\Omega_t = \begin{pmatrix} p_t \\ q_t \\ r_t \end{pmatrix}$ le vecteur rotation

instantanée de l'engin : $\dot{X} = \dot{X}_{(\Omega_t=0)} - \Omega_t \wedge X$

La distance d étant la norme de X , on a $d^2 = X \cdot X$ (produit scalaire), soit en dérivant le scalaire:

$$2d\dot{d} = 2\dot{X} \cdot X$$

$$\text{donc } \dot{d} = (\dot{X}_{(\Omega_t=0)} - \Omega_t \wedge X) \cdot X$$

et en remarquant que $\Omega_t \wedge X$ et X sont orthogonaux, il reste

$$\dot{d} = \dot{X}_{(\Omega_t=0)} \cdot X$$

La dérivée $\dot{X}_{(\Omega_t=0)}$ est donnée par la définition des vitesses:

$$\dot{X}_{(\Omega_t=0)} = V_{bt} - V_t$$

et finalement

$$\dot{d} = (V_{bt_x} - V_{t_x}) d \cos s \sin g + (V_{bt_y} - V_{t_y}) d \cos s \cos g + (V_{bt_z} - V_{t_z}) d \sin s$$

soit encore

$$\dot{d} = -\|V_t\| \cos s \cos g + V (\cos s \cos \theta \cos i - \sin s \sin \theta)$$

Remarque :

Dans cette formule qui donne la dérivée temporelle de la distance en fonction des états but et engin, la distance elle-même n'intervient pas (comportement intégrateur pur), ni les rotations instantanées.

Les autres calculs sont similaires à celui présenté ci-dessus. On ne donnera ensuite que les résultats.

Evolution du gisement

$$\dot{g} = \frac{\|V_t\| \cdot \sin g + V \cdot \cos \theta \cdot \sin i}{d \cdot \cos s} + r_t - q_t \cdot \cos g \cdot \tan s - p_t \cdot \sin g \cdot \tan s$$

Remarques :

Dans cette formule donnant l'évolution temporelle du gisement en fonction des états but et engin, les rotations instantanées du but n'interviennent pas.

Cette dérivée varie comme $1/d$, c'est-à-dire que l'angle de gisement est fortement divergeant à faible distance.

Cette remarque est capitale pour les algorithmes de guidage : A distance infinie, l'évolution du gisement ne dépend plus des vitesses et on ne pourra donc pas utiliser une mesure de gisement pour estimer une vitesse quelconque.

La dynamique varie également comme $1/\cos s$ ce qui n'est pas en réalité très gênant car on se trouvera en pratique à faible site.

Evolution du site

$$\dot{s} = -\frac{V(\cos s \cdot \sin \theta + \sin s \cdot \cos \theta \cdot \cos i)}{d} + \frac{\|V_t\| \cdot \cos g \cdot \sin s}{d} + q_t \cdot \sin g - p_t \cdot \cos g$$

Remarques :

Dans cette formule qui donne l'évolution temporelle du site en fonction des états but et engin, les rotations instantanées du but n'interviennent pas. On remarque que r_t n'intervient pas non plus.

La dynamique varie comme $1/d$ et la même remarque que précédemment s'applique.

Remarque globale sur l'évolution temporelle de (d, g, s)

A grande distance, seule la mesure de distance peut servir à l'estimation des vitesses et le système devient non observable.

A faible distance, les termes contenant les rotations engin ou but deviennent négligeables et le système devient non commandable.

2.2.3. Evolution des angles relatifs

De même que précédemment, on ne donnera ici que les résultats.

Evolution du cap ψ et de l'assiette θ

On trouve :

$$\text{Pour le cap : } \dot{\Psi} = \frac{r \cos \varphi + p \sin \varphi}{\cos \theta} + r_t + q_t \cdot \cos \Psi \cdot \tan \theta + p_t \cdot \sin \Psi \cdot \tan \theta$$

$$\text{Pour l'assiette : } \dot{\theta} = r \sin \varphi - p \cos \varphi + q_t \cdot \sin \Psi - p_t \cdot \cos \Psi$$

$$\text{Pour la bande : } \dot{\varphi} = \frac{r \cos \varphi \sin \theta + p \sin \varphi \sin \theta}{\cos \theta} + q + q_t \cdot \frac{\cos \Psi}{\cos \theta} + p_t \cdot \frac{\sin \Psi}{\cos \theta}$$

On comprend bien physiquement qu'en mesurant seulement la position de l'avion, cet angle de bande ne sera pas observable (il faudrait pouvoir connaître l'orientation des ailes). Ainsi, tenter de l'estimer ne ferait que dégrader les performances du filtre. On a donc décidé de poser $\varphi = 0$ et l'évolution des angles de cap et d'assiette relatifs Ψ et θ devient :

$$\dot{\Psi} = \frac{r}{\cos \theta} + r_t + (q_t \cdot \cos \Psi + p_t \cdot \sin \Psi) \cdot \tan \theta$$

$$\dot{\theta} = -p + q_t \cdot \sin \Psi - p_t \cdot \cos \Psi$$

De plus, comme seule l'évolution de la bande fait intervenir la vitesse de rotation instantanée q de l'avion autour de son axe longitudinal, celle-ci n'a plus besoin d'être estimée et de figurer dans les variables d'état, contrairement à p et r .

Remarques :

Les formules données pour l'évolution des angles Ψ et θ ne font pas intervenir position, vitesse des deux mobiles.

La variation de l'assiette ne fait pas intervenir r_t ni l'assiette elle-même (intégrateur pur).

La commande en assiette relative fait intervenir le cap relatif ce qui implique qu'une connaissance correcte du cap relatif est nécessaire pour estimer et commander l'assiette, et par voie de conséquence le site.

2.2.4. Le filtre étudié

Il s'agit d'un filtre polaires (en « d, g, s ») avec un état de dimension 12 :

$$X = \left(d, g, s, \theta, \Psi, v, q, r, \dot{v}, \dot{q}, \dot{r}, \ddot{v} \right)^T$$

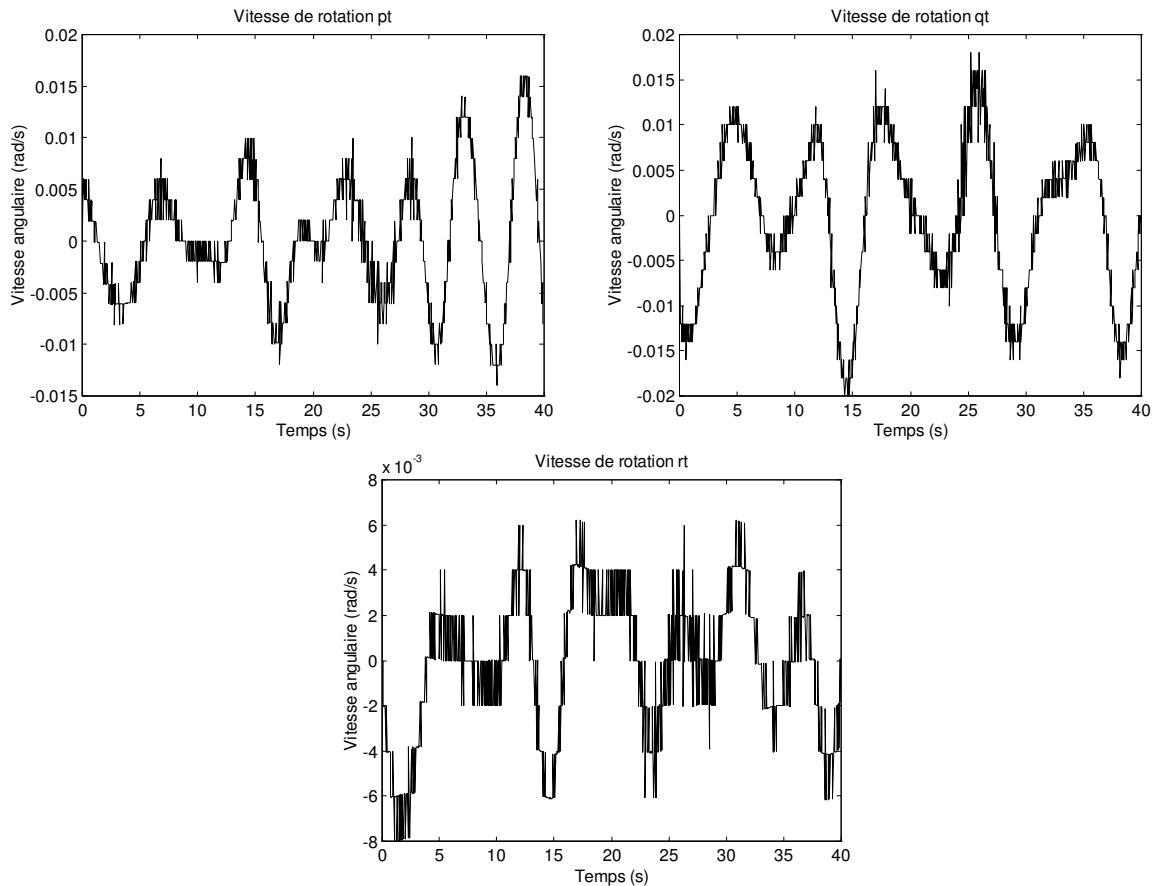
Les symboles utilisés ont la signification suivante :

d	distance	θ	assiette
g	gisement	Ψ	cap
s	site	v	module vitesse but
q	vitesse de rotation but en assiette	\dot{q}	accélération de rotation but en assiette
r	vitesse de rotation but en cap	\dot{r}	accélération de rotation but en cap
\dot{v}	accélération but	\ddot{v}	dérivée de l'accélération but

Il faut noter que les trajectographies radar ont été relevées à bord. Pour ces trajectographies, le repère engin n'est pas fixe et on doit utiliser les mesures fournies par la centrale inertielle du bâtiment (angle

de roulis R , de tangage T , de cap K ainsi que la vitesse du bâtiment $\|V_t\|$). Ce sont des mesures pré – filtrées et elles sont donc utilisées telles qu’elles dans l’algorithme de filtrage.

Le calcul des vitesses angulaires du bâtiment nécessite la connaissance des dérivées de ces 3 angles de cap, roulis et tangage. Ici, la dérivée a été calculée simplement par la méthode d’Euler. Voici, pour illustrer, l’allure de p_t , q_t et r_t en fonction du temps.



On voit que ces grandeurs sont relativement bruitées. Néanmoins, il faut préciser que les données de trajectographie fournissent ces grandeurs avec une fréquence d’échantillonnage de XX Hz alors que les centrales inertielle des bâtiments sont capables de les fournir à des fréquences supérieures à 100 Hz.

Les trajectographies optroniques, par contre, ont été relevées sur base fixe (à la base de Saint Mandrier). Pour ces trajectographies, le repère engin est donc fixe et on peut poser dans les expressions d’évolution des variables d’état :

$$\|V_t\| = 0$$

$$p_t = q_t = r_t = 0$$

Ces trajectographies optroniques sont plus faciles à filtrer pour 2 raisons :

- L’algorithme de filtrage n’est pas perturbé par les bruits présents sur R , T , K et $\|V_t\|$.
- Les mesures d , g et s fournies par les capteurs optroniques sont moins bruitées que celles fournies par un radar (par contre, on ne dispose pas de la mesure de vitesse radiale).

2.2.4.1. Equation d’observation

Celle – ci est très simple et entièrement linéaire. A chaque date t_k on observe :

$$y_k^o = H_k \cdot X + \varepsilon_k$$

Où H_k est l'opérateur d'observation et ε_k est le bruit d'observation. Ici, on a :

$$H_k = H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall k$$

2.2.4.2. Equation d'évolution

L'équation d'évolution continue s'écrit :

$$\dot{X}(t) = f(X(t)) + B(t)$$

Où f est la fonction d'évolution (non linéaire) de l'état, dont on a déjà calculé l'expression :

d	$\dot{d} = -\ V_t\ \cos s \cos g + V(\cos s \cos \theta \cos i - \sin s \sin \theta)$
g	$\dot{g} = \frac{\ V_t\ \sin g + V \cdot \cos \theta \cdot \sin i}{d \cdot \cos s} + r_t - q_t \cdot \cos g \cdot \tan s - p_t \cdot \sin g \cdot \tan s$
s	$\dot{s} = -\frac{V(\cos s \cdot \sin \theta + \sin s \cdot \cos \theta \cdot \cos i)}{d} + \frac{\ V_t\ \cos g \cdot \sin s}{d} + q_t \cdot \sin g - p_t \cdot \cos g$
θ	$\dot{\theta} = -p + q_t \cdot \sin \Psi - p_t \cdot \cos \Psi$
Ψ	$\dot{\Psi} = \frac{r}{\cos \theta} + r_t + (q_t \cdot \cos \Psi + p_t \cdot \sin \Psi) \cdot \tan \theta$
v	$\dot{v} = 0$
q	$\dot{q} = 0$
r	$\dot{r} = 0$
v	$\dot{v} = 0$
v	$\dot{v} = 0$
v	$\dot{v} = 0$
v	$\dot{v} = 0$
v	$\dot{v} = 0$
v	$\dot{v} = 0$
v	$\dot{v} = 0$

Et $B(t)$ est un bruit centré de matrice de covariance continue Q_c .

L'équation discrète associée est :

$$x^t(t_k) = M(t_{k-1}, t_k) \cdot x^t(t_{k-1}) + \eta_k$$

Où $x^t(t)$ est un vecteur représentant l'état réel du système au temps t , $M(s, t)$ est un opérateur (non linéaire) exprimant la transition du système de la date s à la date t et η_k est le vecteur de bruit de modèle.

Les 2 bruits η_k et ε_k sont supposés être indépendants, de moyenne nulle et de matrice de covariance Q_k et R_k respectivement.

La discrétisation de la fonction f a été faite en utilisant l'équation d'Euler pour la dérivation :

$$\dot{x}^t(t_{k-1}) = f(x^t(t_{k-1})) \approx \frac{x^t(t_k) - x^t(t_{k-1})}{te}, \text{ ce qui mène à :}$$

$$M(t_{k-1}, t_k) \cdot x^t(t_{k-1}) = x^t(t_{k-1}) + te \cdot f(x^t(t_{k-1}))$$

La discrétisation du bruit est un peu plus délicate : le calcul de la matrice de covariance Q_k du bruit de modèle discret nécessite une linéarisation du modèle continu.

Linéarisation

On se place en continu et on suppose que l'équation du modèle est de la forme :

$$\frac{dX_t}{dt} = f(X_t) + B(t) \text{ où } f \text{ est une fonction non linéaire.}$$

Pour se ramener à un modèle de la forme $\frac{dX_t}{dt} = A_t X_t + B(t)$, on va linéariser f autour du point X_t .

$$\text{On pose } X_t = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{pmatrix} \text{ et } f(X) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix}. \text{ Alors la linéarisation du système conduit à :}$$

$$A_t = \left\langle a_{i,j} \right\rangle_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}} \text{ avec } a_{i,j} = \frac{\partial}{\partial x_j} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Ici, compte – tenu de l'expression des composantes de la fonction f , la linéarisation conduit à :

$$\dot{X}(t) = A_t \cdot X(t) + B(t)$$

où A_t est une matrice de taille 12×12 avec :

$$\begin{aligned} A_{1,2} &= V \cos s \cos \theta \sin i & A_{2,1} &= -V \cos \theta \sin i / d^2 \cos s \\ A_{1,3} &= V(-\sin s \cos \theta \cos i + \cos s \sin \theta) & A_{2,2} &= -V \cos \theta \cos i / d \cos s \\ A_{1,4} &= V(-\cos s \sin \theta \cos i + \sin s \cos \theta) & A_{2,3} &= V \cos \theta \sin i \sin s / d \cos^2 s \\ A_{1,5} &= -V \cos s \cos \theta \sin i & A_{2,4} &= -V \sin \theta \sin i / d \cos s \\ A_{1,6} &= \cos s \cos \theta \cos i + \sin s \sin \theta & A_{2,5} &= V \cos \theta \cos i / d \cos s \\ & & A_{2,6} &= \cos \theta \sin i / d \cos s \\ \\ A_{3,1} &= V(\sin s \cos \theta \cos i - \cos s \sin \theta) / d^2 & A_{4,7} &= 1 \\ A_{3,2} &= -V \sin s \cos \theta \sin i / d & & \\ A_{3,3} &= -V(\sin s \sin \theta + \cos s \cos \theta \cos i) / d & A_{5,4} &= r \sin \theta / \cos^2 \theta \\ A_{3,4} &= V(\cos s \cos \theta + \sin s \sin \theta \cos i) / d & A_{5,8} &= 1 / \cos \theta \\ A_{3,5} &= V \sin s \cos \theta \sin i / d & & \\ A_{3,6} &= (\cos s \sin \theta - \sin s \cos \theta \cos i) / d & A_{6,9} &= 1 \\ \\ A_{7,10} &= 1 & A_{8,11} &= 1 \\ A_{9,12} &= 1 & & \end{aligned}$$

Discrétisation

Le modèle continu linéarisé est de la forme :

$$\frac{dX_t}{dt} = A_t X_t + B(t)$$

avec comme condition initiale X_0 : vecteur aléatoire indépendant de $(B(t), t \geq 0)$.

$B(t)$ est un bruit de matrice de covariance continue Q_c .

Connaissant la matrice d'évolution continue A_t et la matrice de covariance continue Q_c , le but est de déterminer la matrice de covariance Q_k du bruit discret.

Soit $\Phi_{t,s}$ la matrice de transition du système. Par définition, $\Phi_{t,s}$ est solution de l'équation différentielle non perturbée :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Phi_{t,s} &= A_t \Phi_{t,s} \quad , t \geq s \\ \Phi_{s,s} &= I \end{aligned}$$

Alors, la discrétisation à un pas te conduit à un bruit de matrice de covariance Q_k :

$$Q_k = E[\eta_k \eta_k^T] = \int_{kTe}^{(k+1)Te} \Phi_{(k+1)Te, \Theta} Q_{\Theta} \Phi_{(k+1)Te, \Theta}^T d\Theta$$

Pour calculer de façon approchée la matrice Q_k en discret, connaissant A_t et Q_c en continu, on fait les hypothèses suivantes :

(H1) : A_t reste quasiment constante sur l'intervalle de temps $[(k-1)Te, kTe]$.

(H2) : Q_c est constante, indépendante du temps.

(H3) : Te est telle que $e^{A_t Te} \approx I + A_t Te$, $\forall t$

Supposons que $t, s \in [(k-1)Te, kTe]$

Compte – tenu de l'hypothèse (H1), A_t reste constante et égale à $A_{(k-1)Te}$.

L'équation différentielle que vérifie $\Phi_{t,s}$ se résout alors simplement : $\Phi_{t,s} = e^{A_{(k-1)Te}(t-s)}$

Comme $t-s \leq Te$, on a alors d'après (H3) : $\Phi_{t,s} = I + A_{(k-1)Te}(t-s)$

Pour déterminer Q_k , on doit calculer $Q_{k-1} = \int_{(k-1)Te}^{kTe} \Phi_{kTe, \Theta} Q_{\Theta} \Phi_{kTe, \Theta}^T d\Theta$

D'après ce qui précède, comme $kTe - \Theta \leq Te$, on a $\Phi_{kTe, \Theta} = I + A_{(k-1)Te}(kTe - \Theta)$

Donc, $Q_{k-1} = \int_{(k-1)Te}^{kTe} (I + kTe A_{(k-1)Te} - \Theta A_{(k-1)Te}) Q (I + kTe A_{(k-1)Te} - \Theta A_{(k-1)Te})^T d\Theta$

Il ne reste donc plus qu'à calculer cette intégrale très simple (polynôme du second degré en θ). On aboutit au résultat suivant :

$$Q_k = Te Q + \frac{Te^2}{2} (A_{kTe} Q + Q A_{kTe}^T) + \frac{Te^3}{3} A_{kTe} Q A_{kTe}^T$$

2.2.4.3. Initialisation du filtre

Un autre avantage des filtres en polaire est qu'ils peuvent être initialisés de façon plus fine. En effet, pour les filtres cartésiens on devait initialiser x et y à 0 par exemple, ne sachant même pas s'ils étaient positifs ou négatifs. Ici, les paramètres d'état ont des sens physiques plus directs et l'initialisation sera d'autant plus fine.

L'état initial des $r+1$ particules s'obtient en tirant $r+1$ réalisations d'un vecteur aléatoire selon une répartition à priori. On a choisi ici une répartition gaussienne de moyenne x_0 et de matrice de covariance P_0 avec :

$$x_0 = \left(d, g, s, \theta, \psi, v, q, r, \dot{v}, \dot{q}, \dot{r} \right)_0^T = \left(8000, 0, \frac{5\pi}{180}, 0, \pi, 180, 0, 0, 0, 0, 0 \right)^T$$

Et la matrice P_0 issue d'un réglage à « 3σ » :

$$\begin{array}{lll}
 P_0(1,1) = \left(\frac{8000}{3} \right)^2 & P_0(2,2) = \left(\frac{2\pi}{3} \right)^2 & P_0(3,3) = \left(\frac{10}{3} \frac{\pi}{180} \right)^2 \\
 P_0(4,4) = \left(\frac{10}{3} \frac{\pi}{180} \right)^2 & P_0(5,5) = \left(\frac{2\pi}{3} \right)^2 & P_0(6,6) = \left(\frac{60}{3} \right)^2 \\
 P_0(7,7) = \left(1.5 \cdot 10^{-2} \right)^2 & P_0(8,8) = \left(1.5 \cdot 10^{-2} \right)^2 & P_0(9,9) = (5)^2 \\
 P_0(10,10) = \left(\frac{1.5}{3} \frac{\pi}{180} \right)^2 & P_0(11,11) = \left(\frac{1.5}{3} \frac{\pi}{180} \right)^2 & P_0(12,12) = (5)^2
 \end{array}$$

3. Théorie du filtrage particulaire

3.1. Présentation du filtrage non linéaire

Considérons le système physique décrit par les équations d'évolution et d'observation suivantes :

$$x^t(t_k) = M(t_{k-1}, t_k) \cdot x^t(t_{k-1}) + \eta_k \quad (1)$$

Où $x^t(t)$ est un vecteur représentant l'état réel du système au temps t , $M(s, t)$ est un opérateur (non linéaire) exprimant la transition du système de la date s à la date t et η_k est le vecteur de bruit de modèle. A chaque instant t_k , on observe :

$$y_k^o = H_k \cdot x^t(t_k) + \varepsilon_k \quad (2)$$

Où H_k est l'opérateur d'observation et ε_k est le bruit d'observation. Les 2 bruits η_k et ε_k sont supposés être indépendants, de moyenne nulle et de matrice de covariance Q_k et R_k respectivement.

Le filtrage consiste à estimer l'état du système à chaque date d'observation t_k en utilisant seulement les observations dont on dispose en temps réel, c'est – à – dire jusqu'à la date t_k .

Dans le cas linéaire, ce problème a été entièrement résolu par le filtre de Kalman. Toutefois, dans le cas de systèmes fortement non linéaires, ce filtre demeure sous – optimal et on peut être amenés à observer des instabilités et des divergences. Le meilleur moyen de traiter les non linéarités est bien sûr de considérer le problème du filtrage optimal en non linéaire. La solution théorique à ce problème est connue mais dans la pratique, l'implantation sur ordinateur demeure problématique.

La caractéristique très pratique du filtre de Kalman est que l'évolution du filtre ne dépend que des caractéristiques au deuxième ordre du système. Dans le cas du filtre optimal non linéaire, on a besoin de connaître tous les moments (ou de façon plus appropriée la fonction de densité de probabilité) pour pouvoir déterminer l'évolution du filtre.

Ainsi, au lieu d'un vecteur d'analyse $x^a(t_k)$ et de sa matrice de covariance de l'erreur à la date t_k , on a alors besoin de connaître la fonction de densité de probabilité conditionnelle d'analyse $d^a(\cdot | y_1^o, \dots, y_k^o)$ du vecteur d'état sachant toutes les observations jusqu'à la date t_k . De façon similaire, au lieu d'un vecteur d'état prédit associé à sa matrice de covariance de l'erreur, on a besoin d'une densité prédite $d^f(\cdot | y_1^o, \dots, y_{k-1}^o)$ du vecteur d'état sachant toutes les observations jusqu'à la date t_{k-1} . Comme dans le cas linéaire (Kalman), le filtrage particulière discret se décompose alors en 2 étapes :

- **L'étape de prédiction** : On calcule la ddp (densité de probabilité) d'analyse (à la date t_{k-1}) en utilisant l'équation d'évolution (1). En supposant que le bruit de modèle est à répartition gaussienne, la ddp conditionnelle du vecteur d'état exprimée en z à la date t_k sachant ce qu'elle est en x à la date t_{k-1} est

$$\Phi(z | M(t_k, t_{k-1})x, Q_k) \text{ où}$$

$$\Phi(z | m, \Sigma) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}(z - m)^T \Sigma^{-1}(z - m)\right]}{\sqrt{\det(2\pi\Sigma)}} \text{ est la densité d'un vecteur}$$

gaussien de moyenne m et de matrice de covariance Σ . On a alors :

$$d^f(\cdot|y_1^o, \dots, y_{k-1}^o) = \int \Phi(\cdot|M(t_k, t_{k-1})x, Q_k).d^a(x|y_1^o, \dots, y_{k-1}^o)dx \quad (3)$$

- **L'étape de correction (ou d'analyse) :** on calcule la ddp d'analyse en utilisant la règle de Bayes et l'équation d'observation (2) en supposant là encore que le bruit est gaussien.

$$d^a(x|y_1^o, \dots, y_k^o) = \frac{d^f(x|y_1^o, \dots, y_{k-1}^o) \cdot \Phi(y_k|H_k x, R_k)}{\int d^f(z|y_1^o, \dots, y_{k-1}^o) \cdot \Phi(y_k|H_k z, R_k) dz} \quad (4)$$

Dans la pratique, les 2 problèmes majeurs sont :

- L'intégration sur le vecteur d'état, difficile à réaliser numériquement.
- De plus, l'intégration dans (3) nécessite le calcul de $M(t_k, t_{k-1})x$ pour un grand nombre de valeurs de x, ce qui est très couteux en temps de calcul.

3.2. Le filtre particulière

L'idée de base est d'approximer la d.d.p. d'analyse au temps t_{k-1} par un distribution discrète calculée en r+1 états : $x_1^a(t_{k-1}), \dots, x_{r+1}^a(t_{k-1})$ avec les probabilités associées $p_{1,k-1}, \dots, p_{r+1,k-1}$.

C'est-à-dire : on approxime $d^a(\cdot|y_1^o, \dots, y_{k-1}^o)$ par une somme de Diracs.

Alors dans le cas où il n'y a pas de bruit de modèle, la d.d.p. prédite (3) est aussi une somme de Diracs et correspond à la distribution discrète basée sur les points $M(t_k, t_{k-1})x_j^a(t_{k-1})$ avec les poids $p_{j,k-1}$ pour $j=1, \dots, r+1$.

Mais si le bruit de modèle est présent, la fonction (3) demeure continue. On a alors recours à un tirage de Monte-Carlo : on tire r+1 réalisations $\eta_{1,k}, \dots, \eta_{r+1,k}$ d'un vecteur gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance Q_k (si on suppose que le bruit de modèle est gaussien). Alors, la d.d.p. (3) peut être approximée par la distribution discrète localisée en :

$$x_j^f(t_k) = M(t_{k-1}, t_k).x_j^a(t_{k-1}) + \eta_{j,k}, \quad j = 1, \dots, r+1 \quad (5)$$

Avec les mêmes probabilités $p_{1,k-1}, \dots, p_{r+1,k-1}$.

La nouvelle distribution d'analyse définie par (4) $[d^a(x|y_1^o, \dots, y_k^o)]$ se réduit alors à la distribution discrète aux mêmes points mais ayant les poids :

$$p_{j,k} = \frac{p_{j,k-1} \cdot \Phi(y_k|H_k x_j^a(t_k), R_k)}{\sum_{l=1}^{r+1} p_{l,k-1} \cdot \Phi(y_k|H_k x_l^a(t_k), R_k)}, \quad j = 1, \dots, r+1 \quad (6)$$

Ceci est le filtre particulière de base. Explicitement, il agit comme suit :

Initialisation : On choisit r+1 états (ou particules) initiales $x_1^a(t_0), \dots, x_{r+1}^a(t_0)$ selon une distribution à priori et on fixe les probabilités $p_{1,0}, \dots, p_{r+1,0}$ à $1/r+1$.

Prédiction : Au temps t_k , on amène les particules en $x_j^f(t_k)$ défini par (5) en conservant les mêmes probabilités.

Analyse : Ayant observé y_k^o , on corrige les probabilités selon (6) et les x_j^f deviennent les x_j^a . L'état d'analyse est obtenu par :

$$x^a(t_k) = \sum_{j=1}^{r+1} p_{j,k} x_j^f(t_k)$$

Et la matrice de covariance de l'erreur :

$$P^a(t_k) = \sum_{j=1}^{r+1} p_{j,k} [x_j^f(t_k) - x^a(t_k)][x_j^f(t_k) - x^a(t_k)]^T$$

La description précédente correspond à la forme la plus simple du filtre particulaire. Le problème est que, comme le système est chaotique, les particules tendent à se disperser et un grand nombre d'entre elles finissent par recevoir des probabilités négligeables et ne participent plus à l'opération de filtrage. Il est donc nécessaire, dans la pratique, d'ajouter une étape de redistribution pour que le filtre fonctionne et pour améliorer sa convergence.

Redistribution : elle permet d'éviter ce problème. Au lieu d'amener les $x_j^a(t_k)$ en $x_j^f(t_k)$, on tire « au hasard » $r+1$ particules parmi l'ensemble $x_1^f(t_k), \dots, x_{r+1}^f(t_k)$ conformément à la distribution de probabilités $p_{j,k}$, $j = 1, \dots, r+1$ et on ajoute $r+1$ réalisations $\varepsilon_{j,k}$ d'un bruit de moyenne nulle et de matrice de covariance $P^a(t_k)$. On ramène alors toutes les probabilités à $1/r+1$.

Il est à noter que la redistribution n'est nécessaire que si la distribution des probabilités $p_{j,k}$ s'éloigne trop d'une distribution uniforme. Le critère utilisé pour mesurer cette distance sera explicité dans un chapitre ultérieur.

3.3. Génération de vecteurs aléatoires

On dispose sur la plupart des calculateurs de générateurs de nombres aléatoires uniformément répartis. MATLAB permet également de générer des réalisations d'une variable aléatoire gaussienne (fonction « randn ») de moyenne nulle et de variance unité. On peut noter que si on ne disposait pas de cette fonction, il suffirait d'utiliser l'algorithme de « Box – Muller » afin de générer des nombres avec une répartition gaussienne à partir de nombres uniformément répartis entre 0 et 1.

On va étudier dans le paragraphe 2.3.1. une manière de générer des réalisations d'un vecteur gaussien de taille quelconque et de matrice de covariance Q donnée.

Le paragraphe 2.3.2. présente une façon de générer des réalisations d'une variable aléatoire de densité de probabilité f quelconque.

3.3.1. Génération d'un vecteur gaussien de taille n et de matrice de covariance Q donnée

Comme Q est une matrice de covariance, elle est symétrique et réelle (et de plus, elle est définie positive). Donc, par théorème, Q est diagonalisable dans le corps des réels \mathfrak{R} et on peut choisir comme matrice de passage V une matrice de rotation ($V^{-1} = V^T$).

Soit D la matrice diagonale contenant les valeurs propres de Q . Alors, on peut écrire :

$$D = \begin{vmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & 0 & \\ & 0 & \dots & \\ & & & \lambda_n \end{vmatrix} \text{ avec } \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n > 0$$

et

$$Q = V.D.V^T.$$

Soit X un vecteur aléatoire de taille n et de matrice de covariance Q.

$$\begin{aligned} X \text{ suit } N(0, Q) &\Leftrightarrow f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}x^T.Q^{-1}.x\right)}{\det(2\pi Q)} \Leftrightarrow f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}x^T.V.D^{-1}.V^T.x\right)}{\det(2\pi Q)} \\ &\Leftrightarrow f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}(V^T x)^T.D^{-1}.V^T x\right)}{\det(2\pi D)} \Leftrightarrow V^T X \text{ suit } N(0, D) \end{aligned}$$

Comme D est diagonale, $vtx = V^T X$ est un vecteur gaussien dont les composantes sont entièrement décorrélées. Or, dans le cas gaussien, décorrélé est équivalent à indépendant.

Ainsi, pour générer le vecteur vtx , il suffit de générer n réalisations indépendantes de n variables aléatoires gaussiennes x_i d'écart – type $\sqrt{\lambda_i}$.

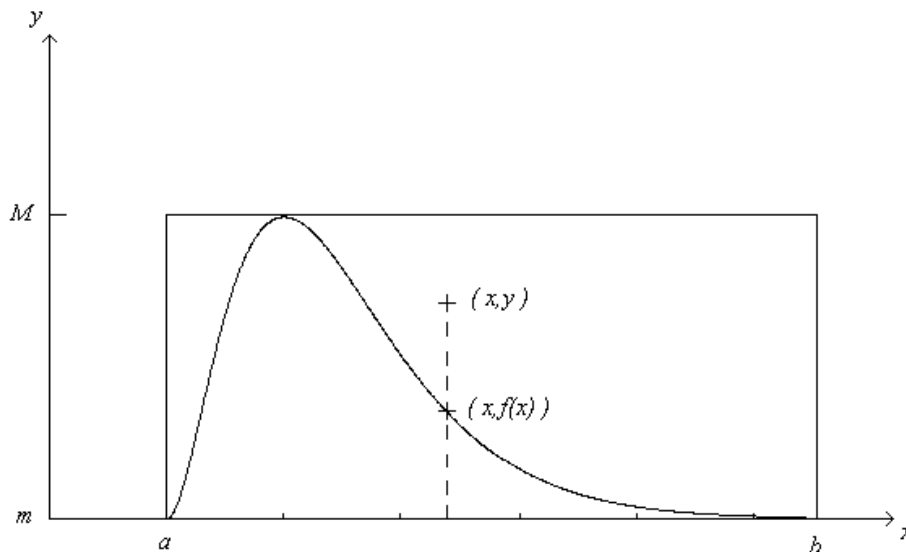
La réalisation du vecteur gaussien X de matrice de covariance Q est alors obtenue en calculant :

$$X = V.vtx$$

3.3.2. Génération d'une réalisation de variable aléatoire de densité f

L'une des méthodes pouvant être employée est la méthode des « rectangles ».

On suppose que la densité de probabilité f peut être encadrée dans un rectangle :



C'est – à – dire qu'on suppose que :

$$f(x) = 0 \text{ si } x > b$$

$$f(x) = 0 \text{ si } x < a$$

$$m \leq f(x) \leq M \text{ si } x \in [a, b]$$

L'algorithme fonctionne comme suit :

Faire

- Tirage au sort (avec équiprobabilité) d'une valeur de x entre a et b .
- Tirage au sort (avec équiprobabilité) d'une valeur de y entre m et M .

Tant que $y > f(x)$.

Retourner la valeur de x .

On peut alors montrer que les réalisations x ainsi générées suivent une loi de probabilité de densité f .

4.Algorithme

4.1. Présentation

Il est important de noter que si on dispose d'un filtre de Kalman fonctionnel, on peut aisément construire un filtre particulière associé (avec le même modèle) et améliorer légèrement ses performances, à condition de disposer de suffisamment de temps de calcul (pour le temps réel). La description algorithmique qui suit partira de cette idée : on supposera qu'on dispose d'un filtre de Kalman tel que celui décrit au paragraphe 2 et on verra au paragraphe 3 comment passer au filtre particulière associé.

On supposera de plus qu'on dispose des fonctions suivantes (chacune pouvant être individuellement optimisée) :

- Une fonction de calcul de la dérivée de l'état. (selon le modèle envisagé).
- Une fonction générant des réalisations de vecteurs gaussiens de matrice de covariance Q donnée.
- Une fonction de tirage aléatoire d'un nombre entier entre 1 et $r+1$, conformément à une répartition de probabilités P_{jk} donnée.

4.2. Algorithmes de filtrage

4.2.1. Kalman

4.2.1.1. Algorithme principal

Initialisations :

- Vecteur d'état $X_{0|0}$.
- Matrice de covariance continue du vecteur d'état $P_{0|0}$.

De $k=1$ à N , faire

y_{filt}_k = Appel fonction filtrage de Kalman $(P_{k-1|k-1}, X_{k-1|k-1})$:

$$P_{k-1|k-1} = P_{k|k}$$

$$X_{k-1|k-1} = X_{k|k}$$

Fin.

4.2.1.2. Fonction de filtrage de Kalman

Fonction filtrage de Kalman $(P_{k-1|k-1}, X_{k-1|k-1})$:

- Prédiction $\begin{cases} P_{k|k-1} = FP_{k-1|k-1}F^T + Q \\ x_{k|k-1} = x_{k-1|k-1} + te.f(x_{k-1|k-1}) \end{cases}$
- Arrivée de l'observation au temps k : y_k .

- Analyse
$$\begin{cases} K_k = P_{k|k-1} H^T (H P_{k|k-1} H^T + R)^{-1} \\ x_{k|k} = x_{k|k-1} + K_k (y_k - H x_{k|k-1}) \\ P_{k|k} = (I - K_k H) P_{k|k-1} \end{cases}$$
- Sortie filtrée $y_{filt_k} = H \cdot x_{k|k}$

4.2.2. Particulaire

4.2.2.1. Algorithme principal

Initialisations :

- Vecteur d'état $X_{0|0}$.
- Matrice de covariance continue du vecteur d'état $P_{0|0}$.
- **Initialisation des r+1 particules d'analyse.**
 De j=1 à r+1, faire :
 $X_{j,0|0}^a = X_{0|0} + \eta_j$
 (η_j est une réalisation d'un vecteur gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $P_{0|0}$).
Fin.
- **Initialisation de la distribution de probabilités des particules.**
 $P_{j,0} = 1/r+1 \quad \forall j = 1, \dots, r+1$

De k=1 à N, faire

y_{filt_k} = Appel fonction filtrage particulière ($P_{k-1|k-1}, X_{k-1|k-1}, X_{j,k-1|k-1}, P_{j,k-1}$) :

$$P_{k-1|k-1} = P_{k|k}$$

$$X_{k-1|k-1} = X_{k|k}$$

$$\left. \begin{aligned} X_{j,k-1|k-1} &= X_{j,k|k} \\ P_{j,k-1} &= P_{j,k} \end{aligned} \right\} \forall j = 1, \dots, r+1$$

Fin.

4.2.2.2. Fonction de filtrage particulière

Fonction filtrage particulière ($P_{k-1|k-1}, X_{k-1|k-1}, X_{j,k-1|k-1}, P_{j,k-1}$) :

- Prédiction
$$\begin{cases} P_{k|k-1} = F P_{k-1|k-1} F^T + Q \\ x_{k|k-1} = x_{k-1|k-1} + te.f(x_{k-1|k-1}) \end{cases}$$

Calcul des r+1 particules prédites :

De j=1 à r+1, faire :

$$X_{j,k|k-1}^f = X_{j,k-1|k-1}^a + te.f(X_{j,k-1|k-1}^a) + \varepsilon_j$$

(ε_j est une réalisation d'un vecteur gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance Q : bruit de modèle).

Fin.

- Arrivée de l'observation au temps k : y_k .

- Analyse
$$\begin{cases} K_k = P_{k|k-1} H^T (H P_{k|k-1} H^T + R)^{-1} \\ P_{k|k} = (I - K_k H) P_{k|k-1} \end{cases}$$

Calcul des nouvelles particules d'analyse :

De $j=1$ à $r+1$, faire :

$$X_{j,k|k}^a = X_{j,k|k-1}^f + K_k (y_k - H \cdot X_{j,k|k-1}^f)$$

Fin.

(Remarque : le terme $K_k (y_k - H \cdot X_{j,k|k-1}^f)$ n'est pas présent pour le filtre particulière de base).

Calcul de la nouvelle distribution de probabilités des particules :

De $j=1$ à $r+1$, faire :

$$p_{j,k} = \frac{p_{j,k-1} \cdot \Phi(y_k | H \cdot X_{j,k|k}^a, R)}{\sum_{l=1}^{r+1} p_{l,k-1} \cdot \Phi(y_k | H \cdot X_{l,k|k}^a, R)}, \quad j = 1, \dots, r+1$$

Fin.

Calcul de l'état d'analyse :

$$X_{k|k} = \sum_{j=1}^{r+1} p_{j,k} \cdot X_{j,k|k}^a$$

- **Etape de redistribution :**

$$seuil = \frac{1}{\log(r+1)} \left[\log(r+1) + \sum_{j=1}^{r+1} p_{j,k} \log p_{j,k} \right]$$

Si (seuil > 0.5),

$$temp_j = X_{j,k|k}^a \quad \forall j = 1, \dots, r+1$$

De $j=1$ à $r+1$, faire :

ind = n_j

(n_j est un nombre entier compris entre 1 et $r+1$ correspondant à l'indice d'une particule tirée conformément à la distribution de probabilités $p_{j,k}$).

$$temp_j = X_{ind,k|k}^a + \xi_j$$

(ξ_j est une réalisation d'un vecteur gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $P_{k|k}$).

Fin.

$$X_{j,k|k}^a = temp_j \quad \forall j = 1, \dots, r+1$$

$$p_{j,k} = 1/r+1 \quad \forall j = 1, \dots, r+1$$

Fin Si

- Sortie filtrée $y_{filt_k} = H \cdot x_{k|k}$

5. Essais et résultats

5.1. Estimation des bruits de mesure

5.1.1. Principe

Comme les signaux de trajectographie ne sont pas stationnaires, l'algorithme estimant l'écart - type des bruits de mesure utilise une méthode de fenêtrage avec une largeur de fenêtre de 1s.

Les fenêtres sont glissantes et glissent d'échantillon en échantillon comme suit :



Soit te la période d'échantillonnage (50 ms, ici).

En notant $n_0 = \text{round}\left(\frac{1}{te}\right)$ l'indice temporel correspondant à une largeur de 1s, la première fenêtre

sert à estimer le bruit à l'instant $n_0/2$. Puis, on fait glisser la fenêtre de 1 échantillon et on estime l'écart - type du bruit à l'instant suivant et ainsi de suite jusqu'à la fin du fichier.

Enfin, on complète le tableau contenant les variances de bruit de 1 à $n_0/2$ avec la valeur en $n_0/2$ et de $N - n_0/2$ à N avec la valeur en $N - n_0/2$.

Sur une fenêtre fixée, pour estimer l'écart - type du bruit, on fait une régression linéaire (polynôme de degré 1) au sens des moindres carrés sur le signal dans la fenêtre.

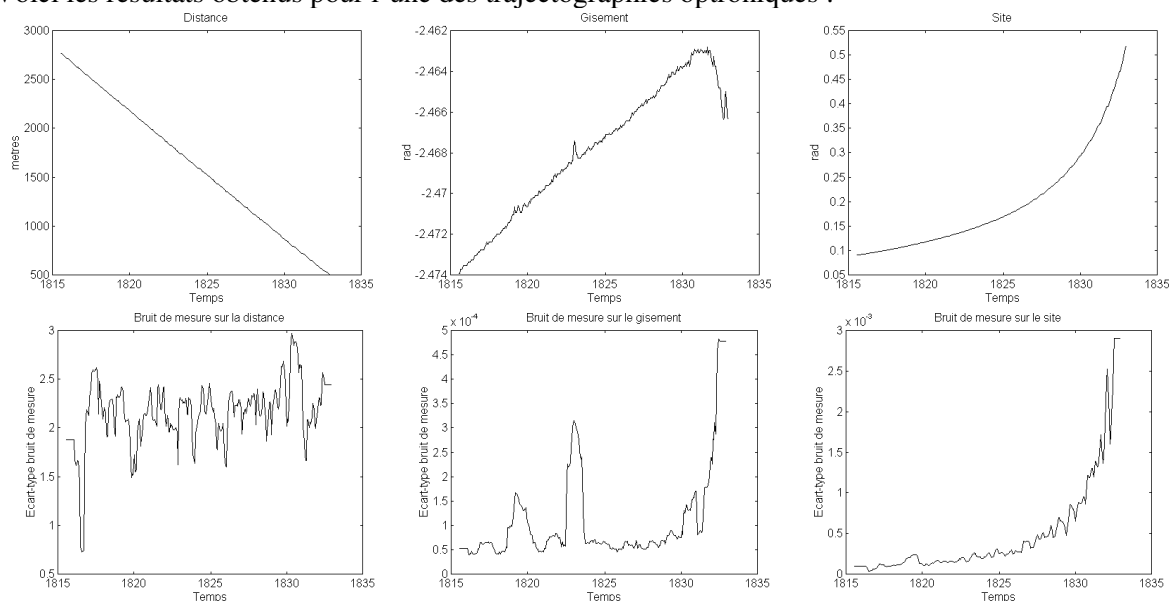
On considère alors que le bruit est égal au signal auquel on soustrait sa régression linéaire. Ce bruit est alors débarrassé de sa valeur moyenne. Enfin, on estime la puissance (égale à la variance) par :

$$\frac{1}{n_0} \sum_{k=1}^{n_0} \text{bruit}(k)^2$$

L'algorithme utilisé sous MATLAB se trouve en annexe 1.

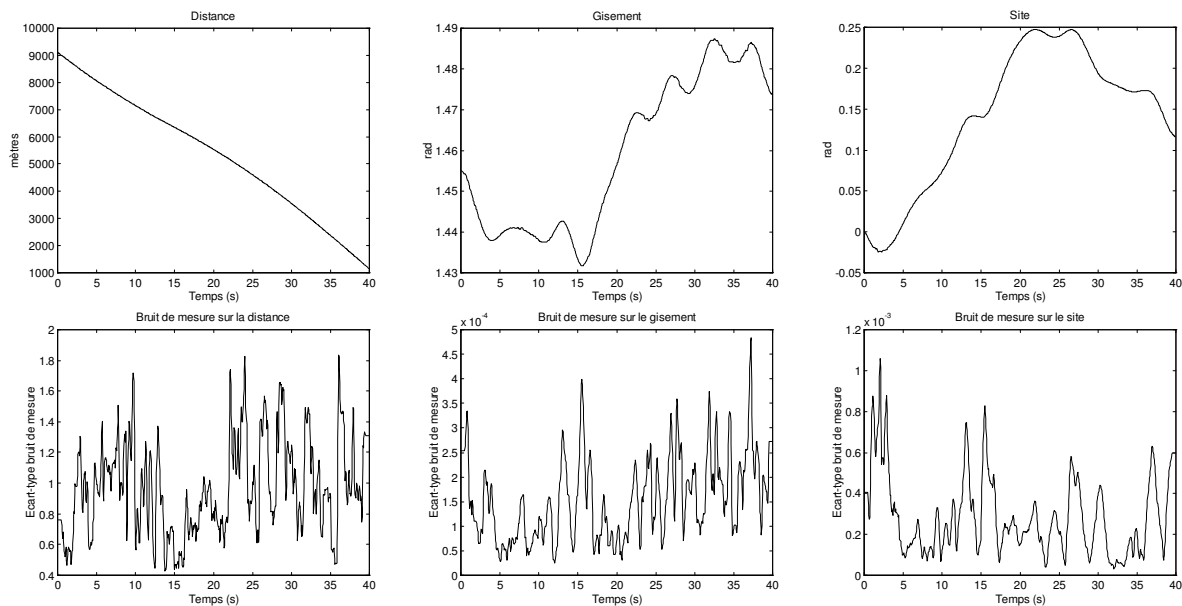
5.1.2. Résultats

Voici les résultats obtenus pour l'une des trajectographies optroniques :



Ces différentes courbes montrent la forte augmentation du bruit de mesure sur les angles à faible distance. En effet, comme le but n'est pas un point, le capteur peut très bien détecter un bout d'aile à un instant donné et l'autre bout d'aile, distant d'une dizaine de mètres, à l'instant suivant. On comprend alors bien que ce type d'écart rende les mesures angulaires beaucoup plus sensibles à faible distance.

Ce type de phénomène n'apparaît plus sur les trajectographies radar pour lesquelles l'écart – type du bruit ne dépend plus de la distance.



Remarque : Les écart – types ainsi calculés sont ensuite seuillés de manière à ce que la variance du bruit d'observation ne soit pas trop faible.

5.2. Critère utilisé pour évaluer les performances

Dans la pratique, on cherche à minimiser l'erreur quadratique entre la position prédite et la position réelle en x , y , et z au même instant. Comme la position lissée est la meilleure estimation possible de la position réelle, sachant toutes les observations du début à la fin, on prendra la position lissée comme référence, considérant qu'il s'agit de la position réelle.

Même s'il s'agit d'un filtre en polaire (d , g , s), le critère à minimiser portera sur la distance euclidienne entre ces 2 positions. Il faudra donc appliquer les formules de changement de coordonnées pour passer en x , y , z .

Là encore, pour éviter les problèmes dûs au régime transitoire du filtre, on ne considérera que les points correspondant à un temps supérieur à 5s. Le critère à minimiser est le suivant :

$$f = \frac{1}{Nb} \sum_{t=5}^{t_{\max}} \sqrt{(x_{pred}(t+t_{pred}) - x_{ref}(t))^2 + (y_{pred}(t+t_{pred}) - y_{ref}(t))^2 + (z_{pred}(t+t_{pred}) - z_{ref}(t))^2}$$

t_{pred} représente le temps de prédiction.

x_{ref} représente la position lissée à l'instant courant.

x_{pred} représente la position prédite t_{pred} secondes à l'avance.

On calcule la moyenne de ces erreurs de prédiction en divisant par le nombre total d'échantillons. On obtient donc une erreur de prédiction moyenne en mètres pour la trajectographie considérée.

Le temps de prédiction t_{pred} n'est pas constant. Dans des cas réels, il dépend de la distance du but et de la vitesse moyenne de l'obus qu'on utilise. On a pris ici cette vitesse égale à 800 m/s. On a donc :

$$t_{pred} = \frac{d}{800}$$

Ce critère est assez intéressant par son côté pratique. En effet, pour l'asservissement d'un canon à la poursuite d'un but, on cherche bien à prédire au mieux sa position réelle de façon à pouvoir lui tirer dessus. C'est donc le critère le plus important du point de vue des applications militaires.

Remarque : Comme les valeurs de positions prédites sont des variables aléatoires dans le cas du filtre particulier (à cause des générations aléatoires de bruits), f est aussi une variable aléatoire dont il s'agira de déterminer les caractéristiques au 2^{ème} ordre (moyenne et écart – type). En revanche, dans le cas du filtre de Kalman, f est entièrement déterministe.

5.3. Evolution des performances du filtre en fonction du seuil de redistribution

On doit fixer un seuil pour l'étape de redistribution, lorsque la distribution des particules s'écarte « trop » d'une distribution uniforme.

Le critère utilisé pour mesurer cet écart est un critère entropique normalisé :

$$E(p_{1,k}, \dots, p_{r+1,k}) = \frac{1}{\log(r+1)} \left[\log(r+1) + \sum_{j=1}^{r+1} p_{j,k} \log p_{j,k} \right]$$

Cette mesure a les propriétés suivantes :

- Elle est toujours comprise entre 0 et 1.
- Elle s'annule si et seulement si $p_{1,k} = \dots = p_{r+1,k} = \frac{1}{r+1}$

Ainsi, la redistribution ne sera faite que si E est supérieur à un certain seuil s à régler.

Pour étudier les performances du filtre particulier en fonction du seuil, on a filtré une trajectographie « radar » en conservant les mêmes paramètres initiaux, le nombre de particules et les bruits de modèle et d'observation, et en faisant varier le seuil s .

Paramètres fixés :

- Variance bruits de mesure : estimés par la fonction d'estimation du bruit, indépendamment du filtre employé.
- Variance bruits de modèle en continu :

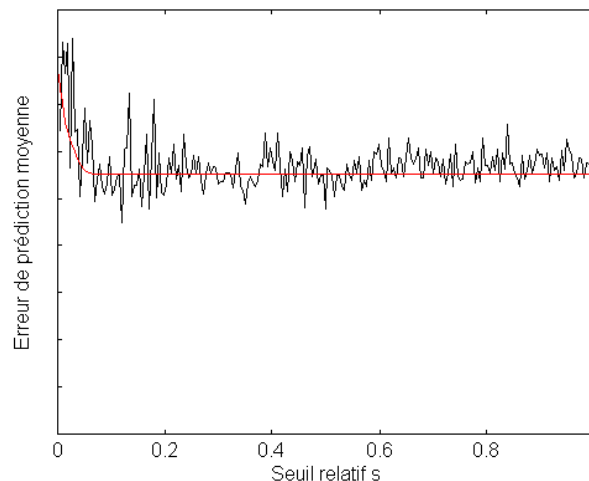
$2,2 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$	pour \dot{q} .
$1,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$	pour \dot{r} .
$2,8 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-4}$	pour \ddot{v} .
- Nombre de particules: $r+1=51$.

Remarques :

- Si le seuil est nul, alors l'étape de redistribution est faite à tous les coups.
- Si le seuil est égal à 1, l'étape de redistribution n'est jamais faite.
- Il serait nécessaire de régler ce seuil de redistribution en temps réel, en fonction des variances de bruit et de la trajectographie à filtrer pour obtenir de meilleurs résultats. Malheureusement, il n'existe aucune procédure de réglage du seuil en temps réel et on doit donc se contenter d'un réglage « après coup ».

On a obtenu les résultats suivants :

Performances du filtre en fonction du seuil



On peut constater que le seuil ne doit pas être réglé trop proche de zéro sous peine de perte de performances. En effet, à la limite, si $s=0$, la redistribution est faite à chaque itération et le filtre ne peut plus bien estimer la distribution de probabilités sur les particules d'analyse puisque celle-ci est ramenée à l'équiprobabilité à chaque itération.

A la vue de ce résultat, on a réglé le seuil à 0,5 une fois pour toutes.

5.4. Performances en fonction du nombre de particules utilisées

Pour étudier les performances du filtre particulaire en fonction du nombre de particules utilisées, on a filtré une trajectographie « radar » en conservant les mêmes paramètres initiaux et de bruit de modèle et d'observation, et en faisant varier le nombre total de particules $r+1$.

Ces différents essais ont été réalisés à l'aide d'un PC Pentium à 100 MHz avec 32 Mo de RAM fonctionnant sous MATLAB. Seuls les essais avec 100.000 et 50.000 particules ont été réalisés avec un Pentium II à 233 MHz disposant de 128 Mo de RAM.

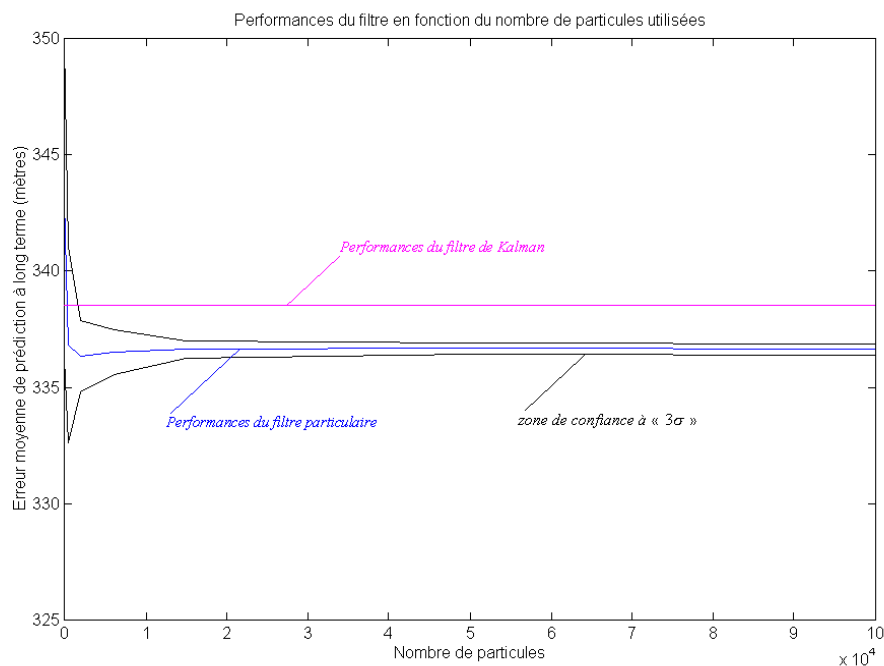
Paramètres fixés :

- Variance bruits de mesure : estimés par la fonction d'estimation du bruit, indépendamment du filtre employé.
- Variance bruits de modèle en continu : $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-2}$ pour \dot{q} .
 $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad.s}^{-2}$ pour \dot{r} .
 \dots
 $2,8 \cdot 10^{-1} \text{ m.s}^{-4}$ pour \dot{v} .
- Seuil relatif : $s=0,5$.

Les résultats obtenus sont les suivants :

Nombre de particules utilisées	Kalman (référence)	11	51	501	2001	6001
Nombre de réalisations de f	1	26	79	25	8	11
Valeur moyenne de f (m)	338,53	360,07	343,04	336,83	336,34	336,52
Ecart – type de f (m)	0	2,66	2,26	1,41	0,507	0,317
Temps de calcul pour 1 réalisation	319 s	543 s	532 s	634 s	974 s	1850 s

Nombre de particules utilisées	15001	50001	100001
Nombre de réalisations de f	8	5	5
Valeur moyenne de f (m)	336,64	336,67	336,63
Ecart – type de f (m)	0,122	0,0867	0,0752
Temps de calcul pour 1 réalisation	4000 s	6500 s (P2 233)	10000 s (P2 233)



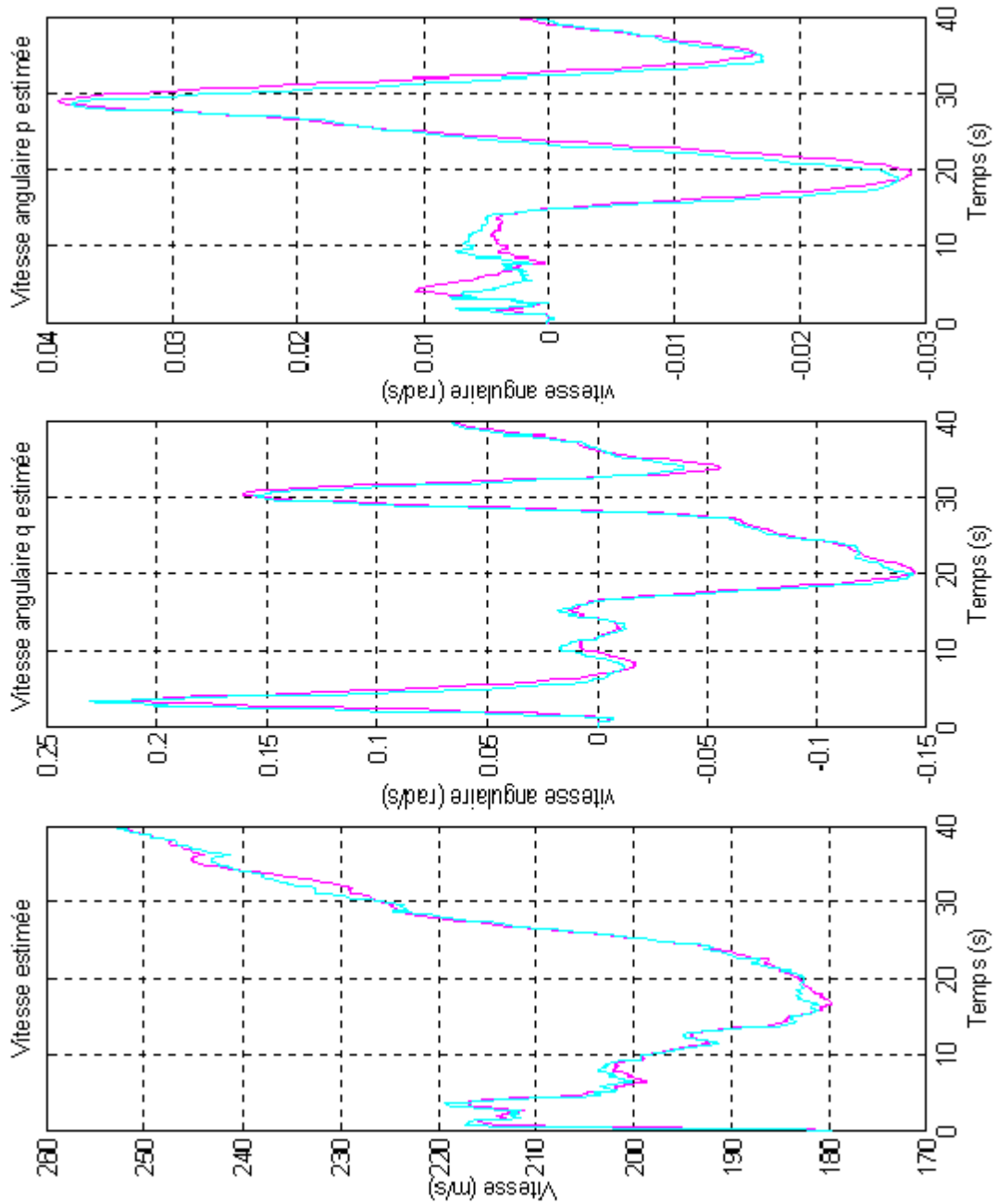
5.5. Comparaison de la qualité de filtrage

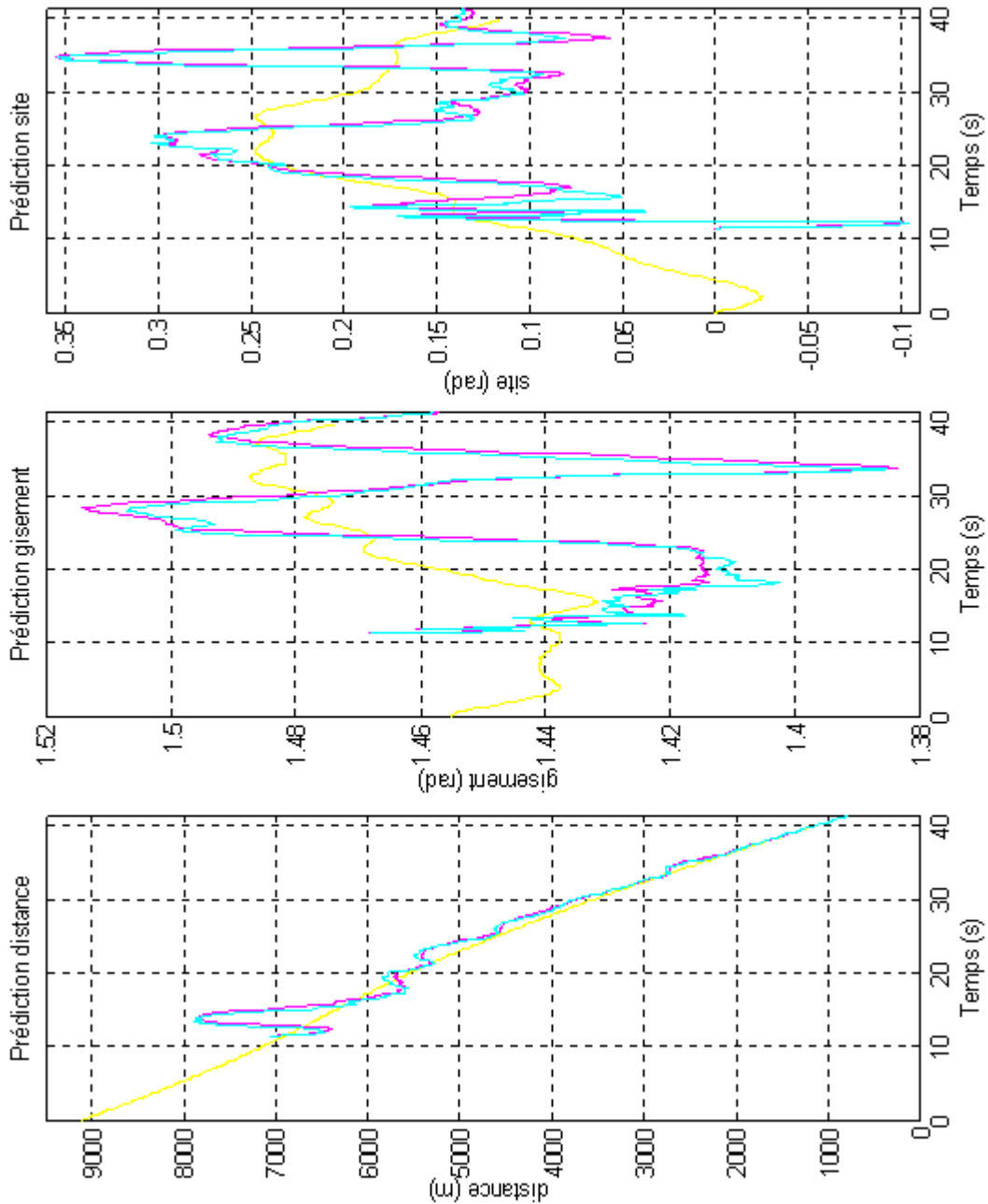
5.5.1. Estimation de quelques variables d'état

Les figures suivantes montrent l'allure des estimées de quelques variables d'état par le filtre de Kalman (en mauve sur les courbes) et le filtre particulière (en bleu).

Les paramètres utilisés pour cette simulation sont les suivants :

- Variance bruits de mesure : estimés par la fonction d'estimation du bruit, indépendamment du filtre employé.
- Variance bruits de modèle en continu : $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-2}$ pour \dot{q} .
 $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad.s}^{-2}$ pour \dot{r} .
 $2,8 \cdot 10^{-1} \text{ m.s}^{-4}$ pour \ddot{v} .
- Filtre particulière : $r+1=6001$ particules.
 $s=0,5$ (seuil relatif).





5.5.2. Innovations

Commençons par rappeler la définition de l'innovation I_k pour le filtre de Kalman.

$$I_{k \text{ KALMAN}} = y_k - H \cdot X_{k|k-1}$$

Où : y_k est le vecteur des observations à l'instant k .

H est la matrice d'observation.

$X_{k|k-1}$ est la valeur de l'état prédite par $X_{k|k-1} = X_{k-1|k-1} + te.f(X_{k-1|k-1})$.

De façon analogue, on définit l'innovation du filtre particulière par :

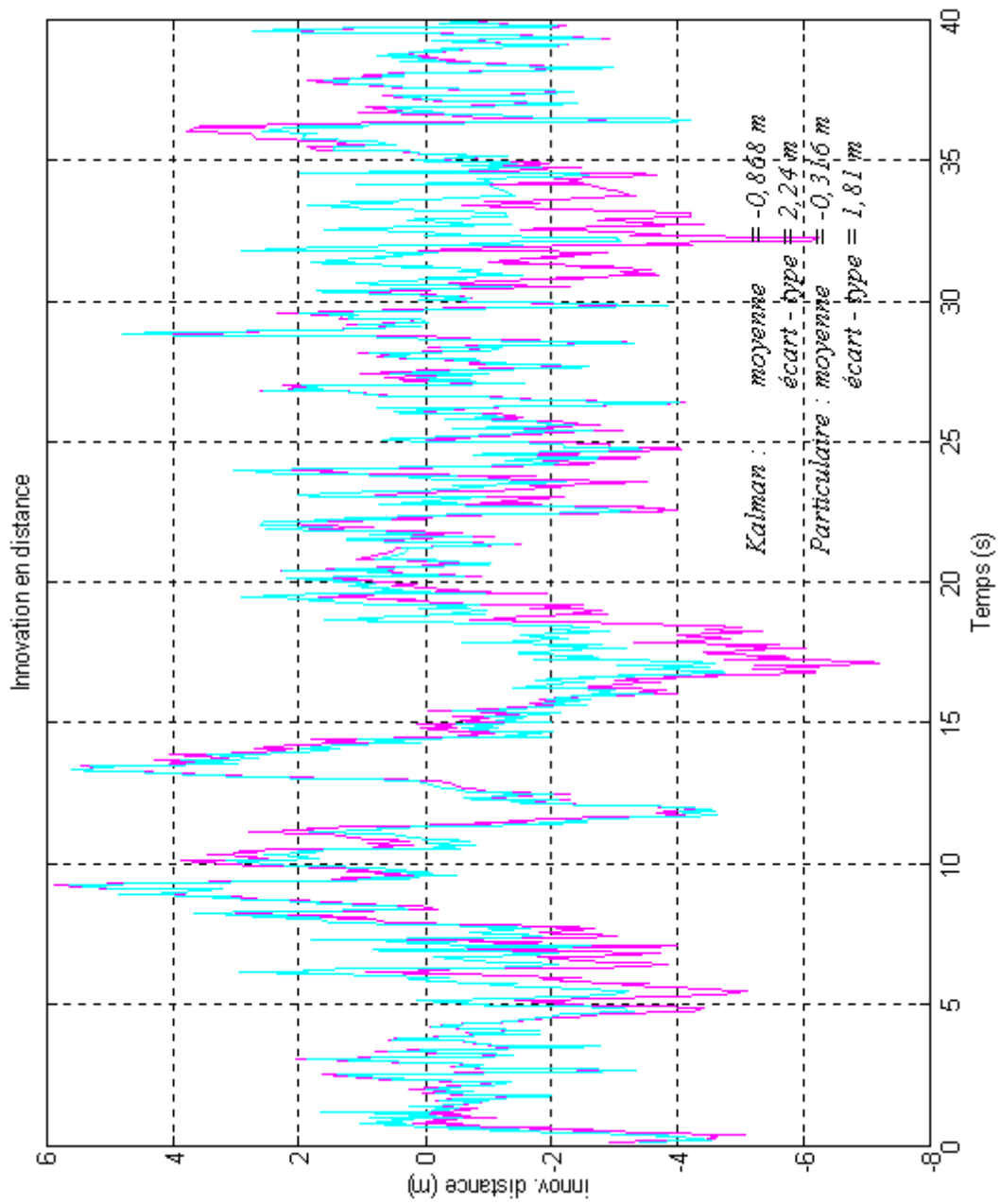
$$I_{k \text{ PARTIC}} = y_k - H \cdot X_{k|k-1}^a$$

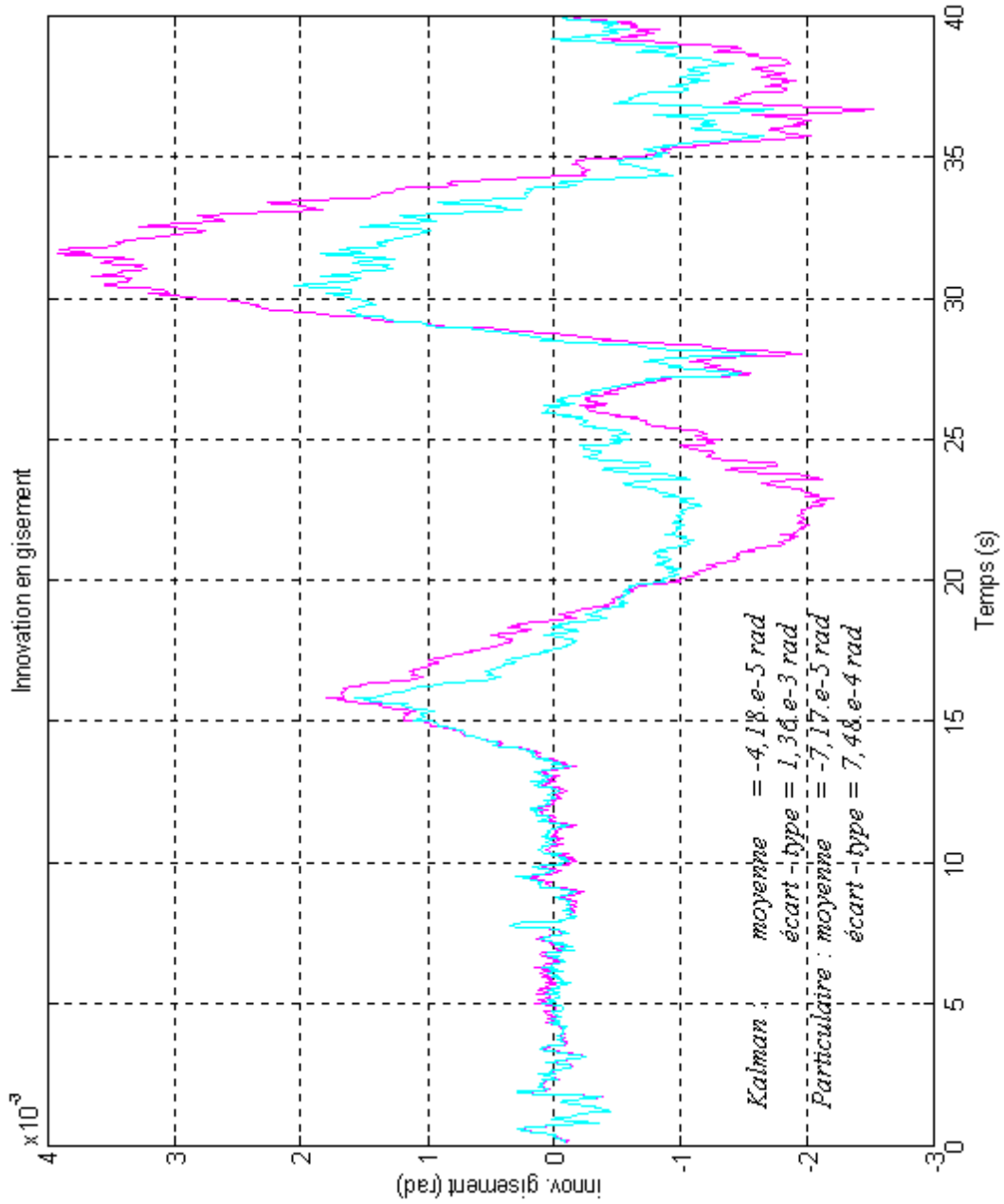
Où : y_k est le vecteur des observations à l'instant k .

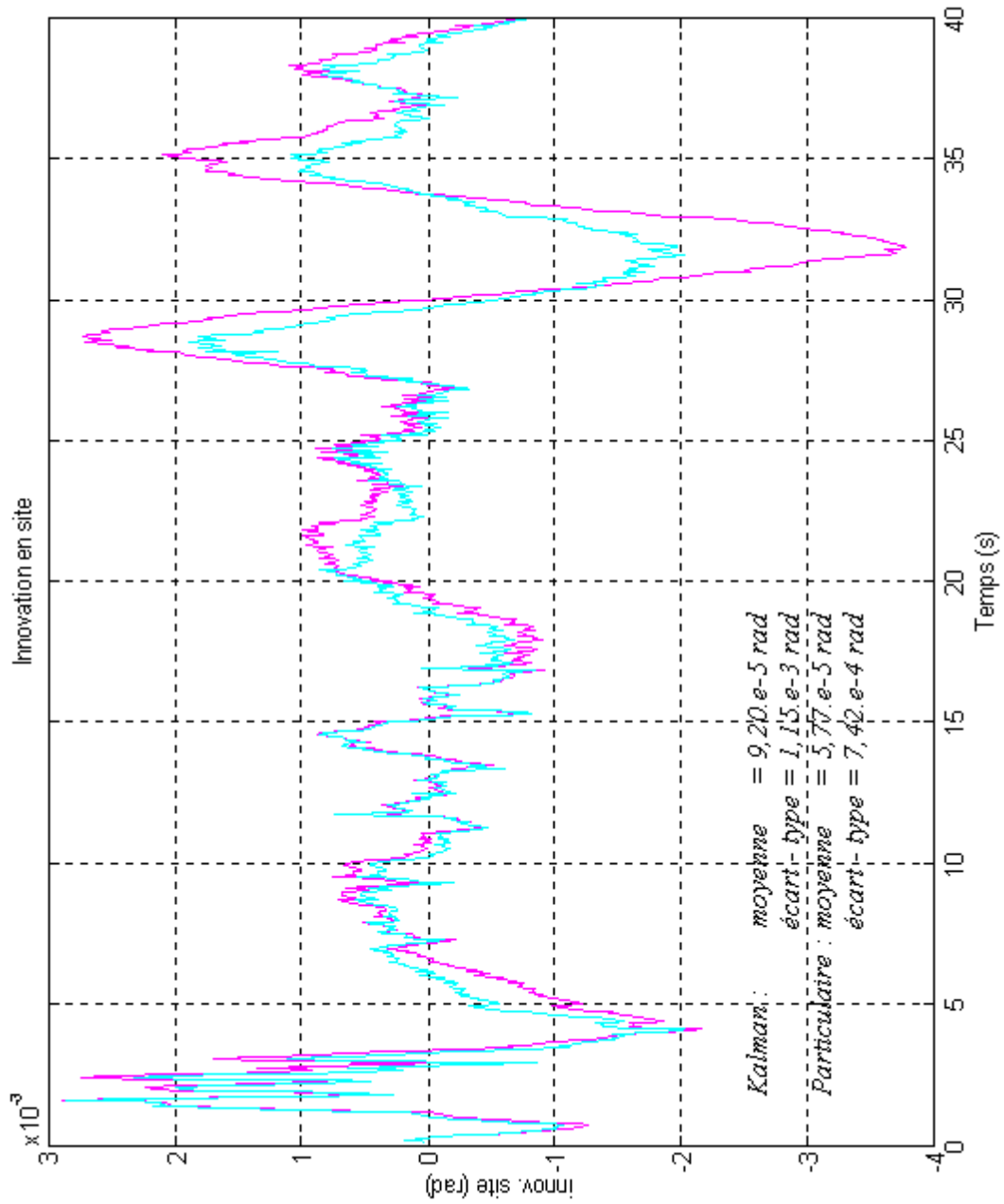
H est la matrice d'observation.

$X_{k|k-1}^a$ est la valeur de l'état prédite par $X_{k|k-1}^a = X_{k-1|k-1}^a + te.f(X_{k-1|k-1}^a)$. ($X_{k-1|k-1}^a$ est le vecteur d'état d'analyse estimé à l'itération précédente).

Voici les courbes relevées pour comparaison. On a toujours le filtre de Kalman en mauve et le filtre particulière en bleu. Les paramètres utilisés sont les mêmes que ceux mentionnés dans le paragraphe précédent.







5.5.3. Conclusion

Dans le cas qui nous intéresse, deux critères peuvent être envisagés pour juger de la qualité du filtre particulière par rapport à la référence fixée par le filtre de Kalman : le critère d'erreur de prédiction à long terme mais aussi le critère de blancheur des innovations.

Le premier critère est un critère pratique que l'on aimerait voir minimisé au mieux pour les applications de conduite de tir.

Le deuxième critère est le seul véritable critère théorique permettant de juger de la qualité du filtre. Si les innovations sont des bruits blancs centrés, alors le filtre est optimal (un bruit blanc est par définition imprédictible).

Les courbes précédentes montrent que le filtre particulière, malgré un temps de calcul beaucoup plus conséquent que le filtre de Kalman, n'entraîne que très peu d'améliorations sur le critère de prédiction à long terme (236 m d'erreur moyenne contre 238 m pour le filtre de Kalman).

Néanmoins, si on considère le 2^{ème} critère, le filtre particulière a des innovations dont les caractéristiques sont beaucoup plus proches d'un bruit blanc centré.

On peut donc conclure que, moyennant des réglages adéquats (bruits de modèle et de mesure) et quelques optimisations, le filtre particulière pourrait donner des résultats sensiblement meilleurs que le filtre de Kalman, à condition de disposer de suffisamment de temps de calcul CPU.

Les optimisations envisageables pourraient être (liste non exhaustive) :

- Raffinement du modèle (utilisation d'un modèle d'ordre supérieur).
- Estimation en temps réel du bruit de modèle.
- Détection de manœuvres et utilisation de plusieurs modèles (le filtre particulière étant non linéaire, il devrait réduire les effets néfastes des régimes transitoires).
- Amélioration de la méthode d'intégration numérique pour le calcul des états prédits à long terme (ici, on a employé une simple méthode d'Euler).
- Filtrage des mesures angulaires de cap, roulis et tangage pour réduire le bruit sur l'estimation des dérivées et sur les vitesses de rotation p_t , q_t et r_t du bâtiment.

Conclusion

Ce stage s'est révélé très intéressant, du point de vue scientifique et technique.

En effet, il m'a permis de m'initier à la recherche scientifique au sein d'une entreprise d'état de très grande taille telle que la Direction des Constructions Navales Ingénierie et de profiter de tous les moyens qu'elle a pu mettre à ma disposition.

De plus, ce stage m'a permis de mettre en pratique les connaissances théoriques en traitement du signal que j'ai acquises au cours de mon année de D.E.A à l'ENSEEIHT et d'en acquérir d'autres, comme l'optimisation de filtres de Kalman, l'implantation pratique de filtres particulaires et les nombreux problèmes qui y sont rattachés.

Ce qui m'a paru le plus difficile était de disposer de très peu d'éléments en raison du fait que le concept de filtrage particulaire est très récent. La presse scientifique ne disposant pas encore de documents, j'ai dû utiliser Internet pour trouver de la documentation. Cette documentation présentait bien la théorie du filtrage particulaire dans ses grandes lignes mais pas l'implantation pratique sur ordinateur qui a été problématique (temps de calcul, génération de vecteurs aléatoires, ...).

Pour ma part, ce stage a été bénéfique et j'espère, qu'à mon échelle, j'ai pu contribuer au développement d'une partie du projet dont on m'a confié l'étude.